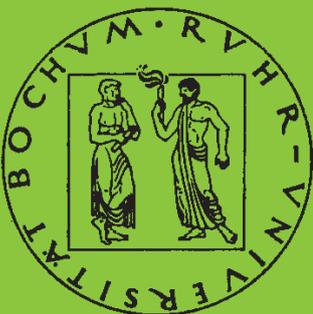


**Mitteilungen aus dem Institut für Mechanik**

**Michael Steiner**

**Deformations- und Versagensverhalten  
innendruckbeanspruchter  
Stahlrohre durch Stoßbelastung**

Heft Nr. 137



**RUHR-UNIVERSITÄT BOCHUM**

**RUHR-UNIVERSITÄT BOCHUM**  
**Institut für Mechanik**

**Michael Steiner**

**Deformations- und Versagensverhalten  
innendruckbeanspruchter Stahlrohre durch Stoßbelastung**

**Mitteilungen aus dem Institut für Mechanik Nr. 137**

Herausgeber:

Institut für Mechanik  
— Schriftenreihe —  
Ruhr-Universität Bochum  
D-44780 Bochum

---

ISBN 3-935892-12-8

---

Dieses Werk ist urheberrechtlich geschützt. Die dadurch begründeten Rechte, insbesondere die der Übersetzung, des Nachdrucks, des Vortrags, der Entnahme von Abbildungen und Tabellen, der Funksendung, der Mikroverfilmung oder der Vervielfältigung auf anderen Wegen und der Speicherung in Datenverarbeitungsanlagen, bleiben, auch bei nur auszugsweiser Verwertung, vorbehalten. Eine Vervielfältigung dieses Werkes oder von Teilen dieses Werkes ist zulässig. Sie ist grundsätzlich vergütungspflichtig. Zuwiderhandlungen unterliegen den Strafbestimmungen des Urheberrechtsgesetzes.

©2006 Institut für Mechanik der Ruhr-Universität Bochum

Printed in Germany

**Deformations- und Versagensverhalten  
innendruckbeanspruchter Stahlrohre  
durch Stoßbeanspruchung**

**Dissertation  
zur  
Erlangung des Grades  
Doktor-Ingenieur  
  
der  
Fakultät für Maschinenbau  
der Ruhr-Universität Bochum**

**von  
Michael Steiner  
aus Herne**

**Bochum 2005**

**Dissertation eingereicht am 31.5.2005**

**Tag der mündlichen Prüfung: 1.9.2005**

**Erster Referent: Prof. Dr.-Ing. J. F. Kalthoff**

**Zweiter Referent: Prof. Dr.-Ing. M. Pohl**

**Inhaltsangabe**

	Seite
<b>Inhaltsangabe</b> .....	i
<b>Bedeutung der Symbole</b> .....	v
<b>1 Einleitung und Problemstellung</b> .....	1
<b>2 Modellierung zur Beschreibung des Einbeulverhaltens von Stahlrohren</b> .....	3
<b>3 Lösungsansätze aus der Literatur für das elast.-plastische Verschiebungsverhalten</b> ....	7
3.1 Belastung von Rohrleitungen durch Innendruck.....	8
3.2 Elastische Verschiebung des Stahlrohrs durch radiale Einzellasten.....	9
3.3 Beginn bleibender Verschiebung.....	13
3.4 Bleibende Verschiebung der Kreisplatte.....	15
3.5 Bleibende Verschiebung des Stahlrohrs.....	20
3.6 Lösungsansätze für Stoßbeanspruchung.....	22
3.7 Vergleich der Lösungsansätze aus der Literatur.....	23
<b>4 Experimentelle Untersuchung des Kraft-Verschiebungs-Verhaltens</b> .....	29
4.1 Quasistatische Experimente an Platten.....	29
4.2 Quasistatische Experimente an Stahlrohren.....	33
4.3 Ergebnisse der quasistatischen Experimente.....	37
4.4 Experimente zur Ermittlung des dynamischen Einbeulverhaltens.....	41
4.5 Auswertung der dynamischen Versuche.....	46
4.5.1 Numerische Integration der Kraft-Zeit-Verläufe nach Newton.....	46
4.5.2 Glättung der oszillierenden Verläufe.....	53
<b>5 Numerische Simulation von Stahlrohren unter einer Einzellast</b> .....	61
5.1 Modellierung des Beulvorgangs.....	61
5.2 Ergebnisse der numerischen Rechnungen.....	63

---

<b>6</b>	<b>Statistische Bewertung der Literaturlösungen</b> .....	69
6.1	Methodik der Bewertung.....	69
6.1.1	Hauptbewertung der Literaturlösungen.....	71
6.1.2	Vorbewertung der Literaturlösungen.....	71
6.2	Bewertung der Literaturansätze für die elastische Verschiebung.....	73
6.2.1	Vorbewertung für elastische Verschiebung unter Innendruckbelastung.....	73
6.2.2	Vorbewertung für elastische Verschiebung unter sehr geringer Innendruckbelastung.....	76
6.2.3	Hauptbewertung der Literaturansätze für die elastische Verschiebung.....	79
6.3	Bewertung der Literaturansätze für den Beginn bleibender Verschiebung.....	80
6.3.1	Vorbewertung für den Beginn bleibender Verschiebung unter Innendruckbelastung.....	81
6.3.2	Vorbewertung für den Beginn bleibender Verschiebung unter sehr geringer Innendruckbelastung.....	82
6.3.3	Hauptbewertung der Literaturansätze für den Beginn bleibender Verschiebung.	83
6.4	Bewertung der Literaturansätze für die bleibende Verschiebung.....	84
6.4.1	Vorbewertung für die bleibende Verschiebung unter Innendruckbelastung.....	84
6.4.2	Vorbewertung für die bleibende Verschiebung unter sehr geringer Innendruckbelastung.....	85
6.4.3	Hauptbewertung der Literaturansätze für die bleibende Verschiebung.....	87
<b>7</b>	<b>Verbessertes Modell für das elasto-plastische Kraft-Verschiebungs-Verhalten</b> .....	91
7.1	Allgemeines Lösungsmodell für den gesamten Parameterbereich.....	91
7.2	Bestimmung der linearen Einflussfunktionen und Exponenten.....	96
7.2.1	Wirkung des Innendrucks.....	96
7.2.2	Wirkung der Beulwerkzeuglänge.....	101
7.2.3	Wirkung der Wanddicke.....	103
7.2.4	Wirkung des Durchmessers.....	105
7.3	Gesamtlösung für quasistatisches Verhalten.....	107
7.3.1	Elastische Verschiebung.....	107
7.3.2	Übergang von elastischer zu bleibender Verschiebung.....	108
7.3.3	Grenze der elastischen Verschiebung.....	109
7.3.4	Verlauf bleibender Verschiebung.....	110
7.3.5	Gesamtverschiebung.....	113

---

7.4 Berechnung der Versuche unter dynamischer Stoßbeanspruchung mit dem quasistatischen Modell.....	115
<b>8 Neues Versagenskonzept.....</b>	<b>121</b>
8.1 Versagen der Rohrleitung durch den Kontakt mit einem Baggerzahn.....	121
8.2 Versagen infolge quasistatischen Kontakts.....	122
8.3 Versagen infolge einer Stoßbeanspruchung.....	123
8.4 Beispiel zur Anwendung des neuen Versagenskonzepts.....	126
<b>9 Zusammenfassung.....</b>	<b>129</b>
<b>10 Literaturverzeichnis.....</b>	<b>133</b>

---

<b>Anhänge</b> .....	143
Anhang 1.....	144
Versagen der Rohrleitung infolge des Durchstoßens der Rohrwand	
Anhang 2.....	146
Versagen eines tief gebeuln Rohres unter schwellendem Innendruck	
Anhang 3.....	147
Instabiles Verschiebungsverhalten beim Einbeulvorgang	
Anhang 4.....	149
Versuchsparameter für quasistatisch durchgeführte Beulversuche	
Anhang 5.....	152
Koordinaten der charakterist. Punkte $P_i$ aus den quasistatisch durchgeführten Beulversuchen	
Anhang 6.....	153
Versuchsparameter für dynamisch durchgeführte Beulversuche	
Anhang 7.....	155
Bestimmung der effektiven Masse bei Stoßbeanspruchung	
Anhang 8.....	157
Parameter für die numerischen Berechnungen des Stahlrohrmodells	
Anhang 9.....	158
Koordinaten der charakteristischen Punkte $P_i$ aus den numerischen Rechnungen	
Anhang 10.....	159
Methodik der statistischen Auswertung	
Anhang 11.....	164
Berechnung der Einbeularbeit	

**Bedeutung der Symbole**

a	Parameter, siehe Gl. (3.16)
$\bar{a}$	Radius einer Flächenlast [mm]
a(t)	Beschleunigung [m/s <sup>2</sup> ]
a <sub>hydr.</sub> (t)	hydraulische Beschleunigung des Baggerarms [m/s <sup>2</sup> ]
b	y-Achsenabschnitt
b*	bezogener y-Achsenabschnitt, siehe Gl. (6.7)
c	Konstante, siehe Gl. (A.3)
c <sub>i</sub>	Steigung der Funktion für den Einfluss des Innendrucks, siehe Gl. (7.3)
d	wirkender Abstand des Schaufelschwerpunktes vom Baggerzahn [mm]
d <sub>i</sub>	Steigung der Funktion für den Einfluss der Beulwerkzeu glänge, siehe Gl. (7.4)
f <sub>p</sub> *	Bezugsfunktion, siehe Gl. (7.12)
f <sub>n</sub> (i)	Exponent für den Parameter i und Bereich n, siehe Gln. (7.1-7.4)
f <sub>e</sub>	Einflussfunktion für die elastische Verschiebung, siehe Gl. (7.5)
f <sub>p</sub>	Einflussfunktion für die bleibende Verschiebung, siehe Gl. (7.12)
g	Erdbeschleunigung [m/s <sup>2</sup> ]
h	laufender Index
i	laufender Index
k	laufender Index
m <sub>a</sub>	Steigung der allgemeinen Regressionsgeraden
m <sub>0</sub>	elastische Steigung der Kraft-Verschiebungs-Kurve [N/mm]
m <sub>0,N</sub>	elastische Steigung m <sub>0</sub> aus linearer Regression für N Werte
m	Steigung der Regressionsgeraden durch festen Punkt, z.B. den Nullpunkt
n	laufender Index
r <sub>xy</sub>	Korrelationskoeffizient bei Regression durch festen Punkt, z.B. den Nullpunkt
r <sub>xy</sub> *	Korrelationskoeffizient bei allgemeiner Regression
s	Wanddicke [mm]
s <sub>x</sub> , s <sub>y</sub>	Varianz
s <sub>xy</sub>	Kovarianz
t	Zeit [s]
t <sub>0</sub>	Zeitpunkt des Aufpralls [s]
t <sub>fall</sub>	Zeitpunkt des Fallbeginns [s]
Δt	Zeitabschnitt [ms]
u <sub>e</sub>	elastische Verschiebung in Längsrichtung des Rohres [mm]
v <sub>e</sub>	elastische Verschiebung in Tangentialrichtung des Rohres [mm]
$\dot{w}$	Geschwindigkeit in Radialrichtung des Rohres [m/s]
$\ddot{w}$	Beschleunigung in Radialrichtung des Rohres [m/s <sup>2</sup> ]
w <sub>e</sub> (φ,x)	elastische Radialverschiebung an der Stelle φ,x [mm]
w <sub>e</sub> (0,0)	elastische Radialverschiebung im Bereich der Krafteinleitung [mm]
w	Gesamtverschiebung, -beultiefe mit elastischem und bleibendem Anteil [mm]

$w_i$	Gesamtverschiebung des Hilfspunktes $P_i$ [mm]
$w_0$	Verschiebung bei Grenzkraft $F_0$ [mm]
$w_{0,e}$	Verschiebung bei elastischer Grenzkraft $F_{0,e}$ [mm]
$w_e$	elast. Verschiebung in radialer Richtung = elast. Anteil der Beultiefe [mm]
$w_{e,i}$	elastischer Anteil der Wegkoordinate des Hilfspunktes $P_i$ [mm]
$w_m$	Verschiebung bei maximaler ermittelter Kraft [mm]
$w_{\max,dyn}$	maximale Verschiebung bei dynamischer Beanspruchung [mm]
$w_p$	bleib. Verschiebung, senkrecht zu Oberfläche = bleib. Anteil der Beultiefe [mm]
$w_{p^*}$	bezogener bleibender Anteil der Verschiebung, siehe Gl. (7.12)
$w_{p,cr}$	kritische bleibende Verschiebung für das Versagen durch Schwellendruck [mm]
$w_{p,\max,dyn}$	maximale bleibende Verschiebung bei dynamischer Beanspruchung [mm]
$w_{p,\max,stat}$	maximale bleibende Verschiebung bei quasistatischer Beanspruchung [mm]
$w_{p,i}$	bleibender Anteil der Wegkoordinate des Hilfspunktes $P_i$ [mm]
$\bar{w}_{hk}$	Fourierkoeffizient
$x_l$	Koordinate in Längsrichtung des Rohres [mm]
$x_i$	Literaturwert
$y_i$	realer Wert
$\bar{x}$	Mittelwert der x-Koordinate
$\bar{y}$	Mittelwert der y-Koordinate
$A$	Bruchdehnung [%]
$C_i$	Konstanten, siehe Gln. (3.50-3.54)
$D$	Rohrdurchmesser [mm]
$D_i$	innerer Rohrdurchmesser [mm]
$E$	Elastizitätsmodul [MPa]
$E_{kin}$	kinetische Energie [J]
$E_{kin,eff}$	effektive kinetische Energie [J]
$E_{kin,G}$	kinetische Gesamtenergie [J]
$E_{Beul}$	Einbeulenergie [J]
$E_k(i)$	Exponent für den Parameter $i$ und Bereich $k$ , siehe Gln. (3.50-3.54)
$E_{s,n}, E_{D,n}$	Exponent der verbesserten Lösung, siehe Gln. (7.1, 7.2)
$F, F(t)$	Kraft [N]
$F_0$	Grenzkraft bei Plastifizierung über gesamten Wandquerschnitt [N]
$F_i$	Kraftkoordinate des Hilfspunktes $P_i$ [N]
$F_{0,S}$	scheinbare Grenzkraft bei Plastifizierung über gesamte Wanddicke [N]
$F_{0,e}$	elastische Grenzkraft beim Beginn plastischer Verschiebung an der Außenfaser [N]
$F_{cr}$	Kraft beim Durchstoßen der Rohrwand [N]
$F_G$	Gewichtskraft [N]
$F_m$	maximale ermittelte Kraft [N]
$F_{\max,dyn}$	Kraft bei maximaler Verschiebung bei dynamischer Beanspruchung [N]
$F_{\max,stat}$	Kraft bei maximaler Verschiebung bei quasistatischer Beanspruchung [N]
$F_n^g$	geglätteter n-ter Kraftwert [N]
$F_n^m$	gemessener n-ter Kraftwert [N]

$F_P, F_{P_i}, F_{M}$	Parameter, siehe Gl. (3.45)
$F_{\text{Zahn}}$	Kraft, an Baggerzahn anliegend [N]
$\bar{F}$	Flächenkraft [N]
$\bar{F}_0$	Flächengrenzkraft [N]
$H$	Höhe [m]
$K$	Parameter, siehe Gl. (3.11)
$K_{1r}, K_{2r}$	Parameter, siehe Gln. (3.25, 3.30)
$K_i$	Konstanten, siehe Gln. (7.5, 7.8, 7.9, 7.10, 7.11)
$\bar{K}_0, \bar{K}_e$	Hilfsvariablen, siehe Gln. (7.30, 7.34)
$L$	Rohrlänge [mm]
$L_L$	Ausdehnung des Beulwerkzeugs in Rohrlängsrichtung [mm]
$L_T$	Ausdehnung des Beulwerkzeugs in Tangentialrichtung [mm]
$L_L^*$	Nennausdehnung des Beulwerkzeugs in Rohrlängsrichtung [mm]
$L_T^*$	Nennausdehnung des Beulwerkzeugs in Rohrtangentialrichtung [mm]
$L_0$	im Rohrleitungsbau typisch verwendete Baggerzahnlänge (=80 mm)
$\bar{L}$	Lösungsmatrix
$M_0$	Grenzmoment, siehe Gl. (3.34)
$M_{\text{eff}}$	effektiv wirkende Masse des Beulwerkzeugs [kg]
$M_G$	tatsächliche Masse des Beulwerkzeugs [kg]
$M_p$	Parameter, siehe Gl. (A.2)
$M$	Masse [kg]
$N$	Anzahl von Datenpunkten
$N_{\text{cr}}$	Lastwechselzahl bis zum Versagen
$P_0$	Grenzpunkt
$P_{0,s}$	scheinbarer Grenzpunkt
$P_{0,e}$	elastischer Grenzpunkt
$P_1$	Hilfspunkt, Beginn des parabolischen Verlaufs (Änderung der Krümmung)
$P_2$	Hilfspunkt, Lage mittig zwischen $P_1$ und $P_3$
$P_3$	Hilfspunkt, Übergang von parabolischem zu linearem Verschiebungsverlauf
$P_4$	Hilfspunkt, Ende des linearen, bleibenden Verschiebungsbereichs
$P_{\text{cr}}$	kritischer Innendruck, siehe Gl. (3.22)
$P_i$	Innendruck [MPa]
$P_r$	Parameter, siehe Gl. (3.49)
$P_m$	Punkt bei maximaler ermittelter Kraft
$P_{m,\text{dyn}}$	Punkt bei maximaler dynamischen Verschiebung
$P_{m,\text{stat}}$	Punkt bei maximaler quasistatischer Verschiebung
$R$	mittlerer Rohrradius [mm]
$\bar{R}$	Kreisplattenradius [mm]
$R_1, R_2$	Radien einer beliebigen Schale [mm], siehe Gl. (3.15)
$R_K$	Radius der Kugelschale [mm]
$R_p$	Werkstoffstreckgrenze [MPa]

---

$R_m$	Werkstoffzugfestigkeit [MPa]
$Rot_i$	Rotation um die i-Achse
$S$	Massenschwerpunkt
$V(t)$	Geschwindigkeit [m/s]
$V_0$	Endgeschwindigkeit zum Zeitpunkt des Aufpralls [m/s]
$V_G$	Geschwindigkeit des Schwerpunktes [m/s]
$Z$	Brucheinschnürung [%]
$Z_r$	Belastungskomponente in Radialrichtung
$\alpha, \beta$	Winkel
$\alpha_i, \beta_i$	Koeffizienten, siehe Gl. (3.38)
$\partial$	Ableitung nach der Zeit
$\Delta t$	Zeitabschnitt [s]
$\eta$	Parameter, siehe Gl. (3.34)
$\kappa_h$	Parameter, siehe Gl. (3.11)
$\lambda$	Parameter, siehe Gl. (3.8)
$\nu$	Querkontraktionszahl
$\bar{\rho}$	Parameter [mm], siehe Gl. (3.38)
$\rho_K$	Geometrieparameter, siehe Gl. (A.6)
$\rho$	Geometrieparameter, siehe Gl. (A.7)
$\sigma_a$	tangentiale Spannungsamplitude bei schwellendem Innendruck [MPa]
$\sigma_{max}$	tangentiale Maximalspannung bei schwellendem Innendruck [MPa]
$\sigma_u$	Spannung in Tangential-/Umfangsrichtung des Rohrs [MPa]
$\sigma_l$	Spannung in Längsrichtung des Rohrs [MPa]
$\tau$	Länge der Schwingungsperiode [ms]
$\nabla$	Operator, siehe Gl. (3.7)
$\theta, \varphi$	Winkelkoordinaten

## **1 Einleitung und Problemstellung**

Hochdruckleitungen für den Öl- oder Gastransport werden üblicherweise in einer Tiefe von mindestens einem Meter im Erdboden verlegt. Bei Bauarbeiten in der Nähe von solchen eingerdeten Rohrleitungen, wie beispielsweise dem Anschließen von neuen Abzweigungen und Rohrleitungskreuzungen oder bei allgemeinen Bauarbeiten, werden für den Aushub von Erde große Bagger eingesetzt. Wird dabei nicht sorgfältig vorgegangen, können beim Graben durch den Kontakt der Baggerschaufel mitsamt den Baggerzähnen mit der Hochdruckleitung Beschädigungen durch Riefen oder bleibende, lokale Einbeulungen entstehen. Solche bei Bauarbeiten entstandenen Beschädigungen von außen sind mit die häufigste Ursache für ein Versagen durch Gasverlust von Hochdruckleitungen [1, 2]. Eine schlechte Lagerung der einzelnen Rohre beim Schweißvorgang sowie ein felsiger Untergrund beim Verlegen von Rohrleitungen können beim Neubau weitere Ursachen für derartige lokale Einbeulungen sein [3]. Um ein Versagen durch Beschädigungen zu vermeiden, werden beim Verlegen von Rohrleitungen oder bei Arbeiten mit Baggern in der Nähe der Leitung Vorsichtsmaßnahmen - wie z.B. die Handausschachtung in unmittelbarer Leitungsnähe - getroffen [1, 18-20].

Kleine bleibende Einbeulungen sind bei den typischen duktilen Werkstoffen für Hochdruckleitungsrohre aus Stahl unbedenklich. Sie werden daher im Allgemeinen akzeptiert und können in der Rohrleitung belassen werden. Im Bereich einer bleibenden Beule mit einer großen Beultiefe [4-6] führt dagegen die dort aus dem Rohrrinnendruck resultierende Biegung zu einer Erhöhung der bereits vorhandenen nominalen Rohrumfangsspannung. Unter schwellender Innendruckbeanspruchung [7] kann damit die Lebensdauer durch tiefe Beulen herabgesetzt werden [1, 8-13]. Dies kann beispielsweise bei täglichen oder periodischen Lastwechseln von Rohrleitungen mit flüssigen, d.h. inkompressiblen Medien geschehen. Rohre mit sehr tiefen Beulen werden daher vorsichtshalber repariert oder erneuert, um langfristig Leckagen [14] oder ein Bersten der Hochdruckleitung [15-17] zu verhindern.

Beim statischen Kontakt einer Baggerschaufel mit der Rohroberfläche ist die lokale Belastung durch die statische Maximalkraft des Baggers begrenzt. Beim dynamischen Kontakt eines Baggerzahns mit einer Rohrleitung kann sich eine weit höhere Kraft als die statische Maximalkraft ergeben. Bei einer Stoßbeanspruchung beispielsweise durch einen fallenden Baggerarm mitsamt der Schaufel und den Baggerzähnen sind dann tiefere, lokale Einbeulungen als beim statischen Kontakt möglich. Beim Auftreten einer zu hohen Kraft erfolgt ein Durchstoßen der Rohrwand beim Erreichen der Schubfestigkeit des Werkstoffes. Die Rohrleitung versagt dann spontan im Bereich der Krafteinleitung durch Gasverlust.

Aus der Literatur ist bekannt, wie hoch die kritische Kraft für das Durchstoßen ist. Die Größe der kritischen Beultiefe für ein Versagen der Rohrleitung infolge Ermüdung durch Innendruckschwellbelastung lässt sich ebenfalls berechnen. In der Literatur existieren viele Lösungsvorschläge für den Kraft-Verschiebungs-Verlauf von ähnlichen quasistatischen

Belastungsfällen. Zu nennen sind hier die elastische, lokale Belastung bei Stützkonstruktionen wie etwa die Lagerung von Innendruckbehältern oder Rohrleitungen [21-25] oder die plastische Verformung von Stahlblechen für den Schiffsbau [26, 27]. Die vorhandenen Ansätze aus der Literatur beschreiben allerdings das Kraft-Verschiebungs-Verhalten der betrachteten Belastung eines Baggerzahns auf ein Stahlrohr unter hohem Innendruck nur unzureichend genau. Es kann für den kompletten Bereich der wirkenden Randparameter bisher nur sehr grob angegeben werden, welche maximale Einbeultiefe bei statischer Belastung der Rohrleitung durch den Baggerzahn entsteht. Weiterhin kann bislang nicht angegeben werden, welche maximale Einbeultiefe oder Maximalkraft bei einer Stoßbeanspruchung eines Baggerzahns oder eines ähnlichen Beulwerkzeugs auf eine Rohrleitung entstehen kann. Aus diesem Grund lässt sich zur Zeit nicht allgemein bestimmen, ob ein Bagger, der im Bereich einer Rohrleitung eingesetzt wird, beim Kontakt ein Versagen dieser Rohrleitung hervorrufen kann oder ob die Rohrleitung als sicher zu betrachten ist.

Das Ziel der hier vorliegenden Arbeit ist die Bestimmung der Wechselbeziehung zwischen der auftretenden Belastung und der elastischen sowie bleibenden Einbeultiefe eines Stahlrohrs im Bereich der Kraffteinleitung. Diese Wechselbeziehung wird durch eine einfache, auf bereits vorhandenen Modellen aus der Literatur basierende Lösung wiedergegeben. Dabei sind die Maximalwerte der Einbeultiefe und der Kraft von besonderer Bedeutung. Für die Erstellung einer verbesserten Lösung wurden statische und dynamische Versuche sowie numerische Rechnungen durchgeführt. Es wird gezeigt, dass aus der Stoßbeanspruchung mit einem dynamischen Fallgewicht dasselbe Kraft-Verschiebungs-Verhalten resultiert wie aus der Belastung mit einer quasistatisch wirkenden Einzellast. Schließlich wird ein neues Versagenskonzept erarbeitet, mit dem sich Bagger bei Bauarbeiten in der unmittelbaren Umgebung von Rohrleitungen dann so einsetzen lassen, dass ein Versagen infolge Ermüdung oder Durchstoßen nicht erfolgen kann. Dieses Versagenskonzept kann für den gesamten Bereich üblicher Rohrabmessungen und Rohrwerkstoffe sowie für alle gängigen Baggertypen verwendet werden.

## **2 Modellierung zur Beschreibung des Einbeulverhaltens von Stahlrohren**

Zu große bleibende Einbeulungen in Hochdruckleitungsrohren, wie sie beim Kontakt mit einem Baggerzahn entstehen können, werden bei schwellender Innendruckbeanspruchung aus Sicherheitsgründen nicht in der Rohrleitung belassen. So führt eine große bleibende Einbeulung bei einer Innendruckbeanspruchung der Rohrleitung aufgrund zusätzlicher Biegung in der direkten Umgebung zu einer lokalen Spannungserhöhung. Bei großen Lastwechselamplituden des Innendruckes kann dadurch eine Einbeulung mit einer kritischen Beultiefe  $w_{p,cr}$  zu einem Versagen durch vorzeitige Ermüdung der Rohrleitung führen. Bei sehr hohen Kräften, wie sie beispielsweise bei einem dynamischen Kontakt eines Baggerzahns mit der Rohroberfläche auftreten, kann sogar der Baggerzahn die Rohrwand beim Erreichen der kritischen Schubbeanspruchung durchstoßen. Dadurch resultiert ein spontanes Versagen der Leitung bei der kritischen Kraft des Baggerzahns  $F_{cr}$ . In der Literatur sind diese beiden Versagenkriterien für Rohrleitungen unter Innendruck infolge von Beschädigungen von außen bekannt [1, 14, 28-30]. Die Lösungsmodelle zur Bestimmung der kritischen Kraft und der kritischen Beultiefe sind in den Anhängen 1 und 2 aufgelistet. Für eine Sicherheitsbetrachtung einer Hochdruckleitung beim Kontakt durch ein Fallgewicht wie beispielsweise eine Baggerschaufel sind aus diesem Grund die maximal erreichbaren Werte der auftretenden Kraft sowie der resultierenden Einbeultiefe von besonderem Interesse. Dazu ist die Kenntnis des gesamten elastisch-plastischen Kraft-Verschiebungs-Verhaltens notwendig. Der Begriff Einbeulung oder kurz 'Beule' ist hier nicht im mechanischen Sinne zu verstehen, sondern wird im Weiteren für die lokale Verformung einer radial nach innen gerichteten Delle im Rohrkörper verwendet. Dabei ist die maximale Verschiebung in der Mitte der Delle am Ort der Krafteinleitung als Beultiefe definiert. Als kritischster Belastungsfall wird die mittige, radiale Belastung durch genau einen Baggerzahn betrachtet, auch wenn üblicherweise an einer Baggerschaufel mehrere Zähne angebracht sind. In dieser Arbeit werden ev. gleichzeitig durch den Baggerzahn eingebrachte Kratzer nicht berücksichtigt.

Eine einfache analytische Beschreibung der Problemstellung des Einbeulens gestaltet sich wegen der vielen wirkenden Parameter als schwierig. Die Geometriegrößen, Durchmesser und Wanddicke, von üblich verwendeten Hochdruckleitungen erstrecken sich über einen weiten Abmessungsbereich. In der Regel variieren die duktilen Rohrwerkstoffe von niedrigfesten bis zu hochfesten Güten. Die Innendruckbeanspruchung führt zu Membranspannungen in Rohrumfangsrichtung von bis zu etwa 70% der Streckgrenze. Üblicherweise verwendete Bagger können je nach ihrer Auslegung sehr unterschiedliche Maximalkräfte erreichen, die entweder durch quasistatische Belastung oder beim Aufprall nach dem freien Fall des Baggerarms aufgebracht werden. Eine zusätzliche hydraulische Beschleunigung beim schnellen Absenken des Baggerarms führt zu noch größeren Geschwindigkeiten des Baggerzahns und damit beim Auftreffen zu noch größeren Kräften.

Da in der Regel beim dynamischen Kontakt des Baggerzahns mit der Rohrleitung höhere Kräfte und tiefere Beulen als beim quasistatischen Kontakt entstehen, ist die dynamische Belastung gegenüber der quasistatischen häufig als kritischer zu betrachten. Wie später im Einzelnen gezeigt wird, folgt die Kraft-Verschiebungs-Beziehung bei quasistatischer und dynamischer Stoßbeanspruchung jedoch denselben Gesetzmäßigkeiten. Die Kraft-Verschiebungs-Verläufe für beide Belastungsarten können damit gleich gesetzt werden. Aus Gründen der besseren Auswertung sollen daher zur Darstellung des Gesamtsystems zuerst nur numerische Berechnungen mit der Methode der Finiten Elemente sowie Experimente an Stahlrohren unter quasistatischer Belastung dienen. Zur Beschreibung der erzielten Ergebnisse von statischen Versuchen und numerischen Rechnungen wird eine verbesserte mathematische Lösung für den gesamten Parameterbereich entwickelt. Die Übertragbarkeit der statischen Lösung auf die Stoßbeanspruchung wird dargestellt. Als Endlösung der Problemstellung folgt schließlich ein Versagenskonzept, welches auf der statischen Lösung für das Kraft-Verschiebungs-Verhalten und auf der Energieerhaltung während des Kontakts basiert.

Für eine sinnvolle analytische Lösung zur Beschreibung des Kraft-Verschiebungs-Verhaltens soll eine einfache Art der Modellierung verwendet werden. Die beiden Hauptarten der Modellierung, nämlich das analytisch physikalische Modell und das Black Box Modell lassen hier jedoch nicht ohne Weiteres einsetzen. So kann zum Einen das analytisch physikalische

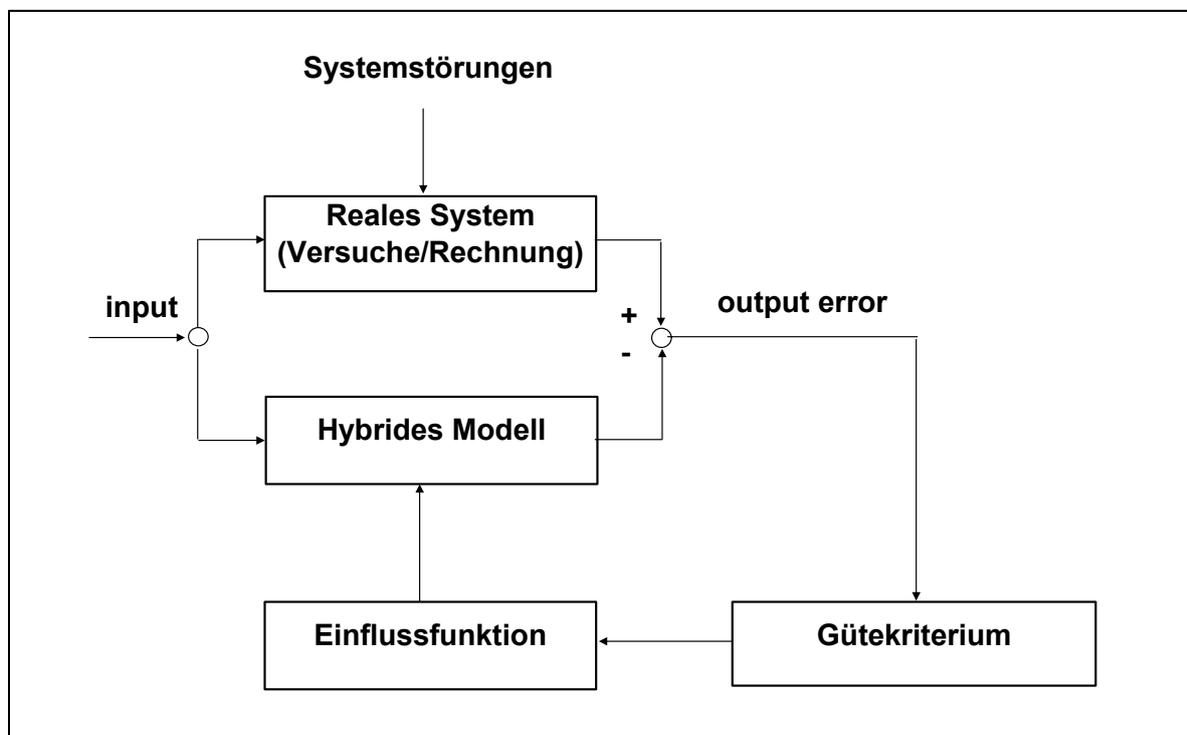


Abb. 2.1: Hybride Modellierung der Problemstellung (schematisch nach Waller, [31, 32])

Modell mit den Gleichgewichts- und Verträglichkeitsbedingungen sowie dem Werkstoffverhalten nur für eine Beschreibung einfacher Problemstellungen angewendet werden. Dieses

Modell ist für solche komplizierten Vorgänge ohne grundlegende Vereinfachungen zu komplex. Dagegen beruht zum Anderen das Black Box Modell auf der Simulation von realen Werten aus Experimenten oder numerischen Rechnungen und kann nur die Parameterinflüsse beschreiben, die bei der Simulation berücksichtigt sind [31, 32]. Hier soll die Kombination beider Modellarten, nämlich die hybride Modellierung, herangezogen werden, mit der ein komplexes physikalisches Phänomen gut durch einen einfachen mathematischen Ansatz beschrieben werden kann. Bei der Anwendung dieser Art der Modellierung wird zuerst für die quasistatische Belastung das reale mechanische System von Rohrleitung und Baggerschaufel durch numerische Rechnungen mit der Hilfe der Methode der Finiten Elemente sowie durch quasistatische Versuche an Rohren repräsentiert. Die besten analytisch physikalischen Modelle aus der Literatur werden dann durch verbesserte Einflussfunktionen des hybriden Modells an die Versuchs- oder Rechenergebnisse angepasst. Dabei wird die Güte des Modells durch statistische Betrachtungen optimiert (siehe Abb. 2.1, schematisch nach [31, 32]). Nach der Lösung für das quasistatische Kraft-Verschiebungs-Verhalten wird die Gültigkeit für die Anwendung bei dynamischer Beanspruchung gezeigt. Aus der Energieerhaltung beim Einbeulvorgang ergibt sich schließlich ein neues Versagenskriterium bei radialer Belastung einer Hochdruckrohrleitung durch eine Einzelkraft wie etwa einen Baggerzahn.

Zur Modellierung wird in Kapitel 3 die hier betrachtete Belastung des Rohrs zuerst in ein quasistatisches, mechanisches System übertragen. Die Gesamtverschiebung des lokal belasteten Stahlrohrs lässt sich in einen globalen, elastischen Verschiebungsanteil und zusätzlich nach dem Erreichen erster bleibender Verschiebungen in einen lokalen, bleibenden Verschiebungsanteil unterteilen. Dies kann durch die mechanische Belastung des Stahlrohrs bzw. der Kreisplatte durch eine Einzellast qualitativ angenähert werden. Die bisher in der Literatur für ähnliche Belastungsfälle vorhandenen Lösungsansätze für die elastische oder bleibende Verschiebung von Kreisplatten oder Stahlrohren werden als analytisch physikalische Basis vorgestellt. Zum Abschluss von Kapitel 3 wird der Einfluss der wirkenden Parameter für die jeweiligen Lösungsansätze aus der Literatur miteinander verglichen.

In Kapitel 4 werden die durchgeführten quasistatischen Einbeulversuche an Stahlrohren und Stahlplatten mitsamt der Ermittlung der Kraft-Verschiebungs-Verläufe beschrieben. Diese Einbeulversuche mit stark variierenden Kombinationen der Versuchsparameter über den üblichen Parameterbereich von Stahlrohrhochdruckleitungen geben das reale Bauteilverhalten wieder. Weiterhin werden Versuche unter dynamischer Stoßbeanspruchung durchgeführt. Die Messergebnisse der dynamisch ermittelten Kraft-Zeit-Verläufe werden nach Newton mit der doppelten Integration der Kraft in Kraft-Verschiebungs-Verläufe umgerechnet. Für den Vergleich mit den quasistatischen Verläufen sowie für die bessere Auswertung werden die dynamisch ermittelten, oszillierenden Kurven durch die gleitende Mittelwertbildung sowie die lineare Regression geglättet. Zusätzlich wird für die spätere Betrachtung der Energieerhaltung die effektiv wirkende Masse des Beulwerkzeugs beim dynamischen Einbeulvorgang bestimmt.

Für die Identifikation der wirkenden Einflussfunktionen werden zu den Resultaten von Experimenten aus Kapitel 4 zusätzlich in Kapitel 5 die Ergebnisse von numerischen Berechnungen mit Hilfe der Methode der Finiten Elemente vorgestellt. Die durchgeführten numerischen Rechnungen mit systematischen Parameterkombinationen geben die quasistatischen Versuchsergebnisse gut wieder und ergänzen diese.

Anhand der Ergebnisse der quasistatischen Versuche und der numerischen Berechnungen wird in Kapitel 6 die nur unzureichende Anwendbarkeit der bisher in der Literatur vorhandenen Modelle über den gesamten möglichen Parameterbereich dargestellt. Zur Ermittlung, welche Literaturlösung für die elastische Verschiebung, für den elastisch-plastischen Übergang und für den bleibenden Verschiebungsverlauf im Mittel am Besten die Realität wiedergibt, werden diese statistisch mit dem Korrelationskoeffizienten bewertet. Da hier sowohl Stahlrohr- als auch Plattenmodelle betrachtet werden, erfolgt die Bewertung für die Verläufe mit sehr niedrigem Innendruck sowie über den gesamten Innendruckbereich getrennt.

Der gewählte allgemeine Ansatz zur Beschreibung des quasistatischen Kraft-Verschiebungsverlaufes im Bereich der Krafteinleitung wird in Kapitel 7 vorgestellt. Dazu wird für die elastische Verschiebung, für den elastisch-plastischen Übergang sowie für die bleibende Verschiebung die Struktur des entsprechenden besten Literaturmodells mit dem höchsten Korrelationskoeffizienten als Basis verwendet. Die Beschreibung des Einflusses der wirkenden Parameter erfolgt durch parabolische sowie lineare Einflussfunktionen, die an die realen Ergebnisse aus den Versuchen und den numerischen Rechnungen angepasst werden. Damit weisen sie jede für sich eine niedrige Streuung auf. Die optimierten Einflussfunktionen für die einzelnen Parameter fließen in das hybride Gesamtmodell für die quasistatische Verschiebung ein. Mit der Lösung lassen sich alle quasistatischen Versuche und numerischen Rechnungen gut wiedergeben. Durch den Vergleich der Ergebnisse der Versuche unter Stoßbeanspruchung mit den mit dem quasistatischen Gesamtmodell berechneten Werten wird die Übertragbarkeit auf das Verhalten unter Stoßbeanspruchung gezeigt.

Als Ergebnis der vorliegenden Arbeit folgt in Kapitel 8 ein neues Versagenskonzept zur Bestimmung der maximalen Beultiefe und der Maximalkraft unter Stoßbeanspruchung der Hochdruckleitung aus der effektiv wirkenden kinetischen Energie des Fallgewichts. Ein für den Einsatz in der Nähe einer innendruckbelasteten Rohrleitung vorgesehener Bagger lässt sich mit Hilfe dieses Konzeptes insofern bewerten, ob der kritische Wert für die Kraft oder die bleibende Verschiebung erreicht werden kann und ob damit ein vorzeitiges Versagen der Rohrleitung infolge einer Ermüdung oder infolge eines Durchstoßens der Rohrwand auftreten kann.

### 3 Lösungsansätze aus der Literatur für das elast.-plastische Verschiebungsverhalten

Im Weiteren folgt die Übertragung des quasistatischen Verschiebungsverhaltens des radial belasteten Rohrkörpers unter Innendruckbeanspruchung in eine vereinfachte, mechanische Problemstellung. Ausgehend vom Membranspannungszustand des innendruckbehafteten Rohrs erfolgt zu Beginn der Belastung mit der radialen Kraft des Baggerzahns  $F_{\text{Zahn}}$  global eine elastische Verschiebung des Rohrs (Bereich I in Abb. 3.1). Nach dem Erreichen der ersten bleibenden Verschiebung im Bereich der Krafteinleitung überlagert sich zusätzlich zur elastischen Verschiebung eine lokale, bleibende Verschiebung. Dies ist schematisch als Einbeulen im Bereich II von Abb. 3.1 dargestellt. Mit dem Erreichen der Schubfestigkeit bei der kritischen Kraft  $F_{\text{cr}}$  wird die Rohrwand durch den Baggerzahn durchstoßen und versagt spontan (Abb. 3.1. III).

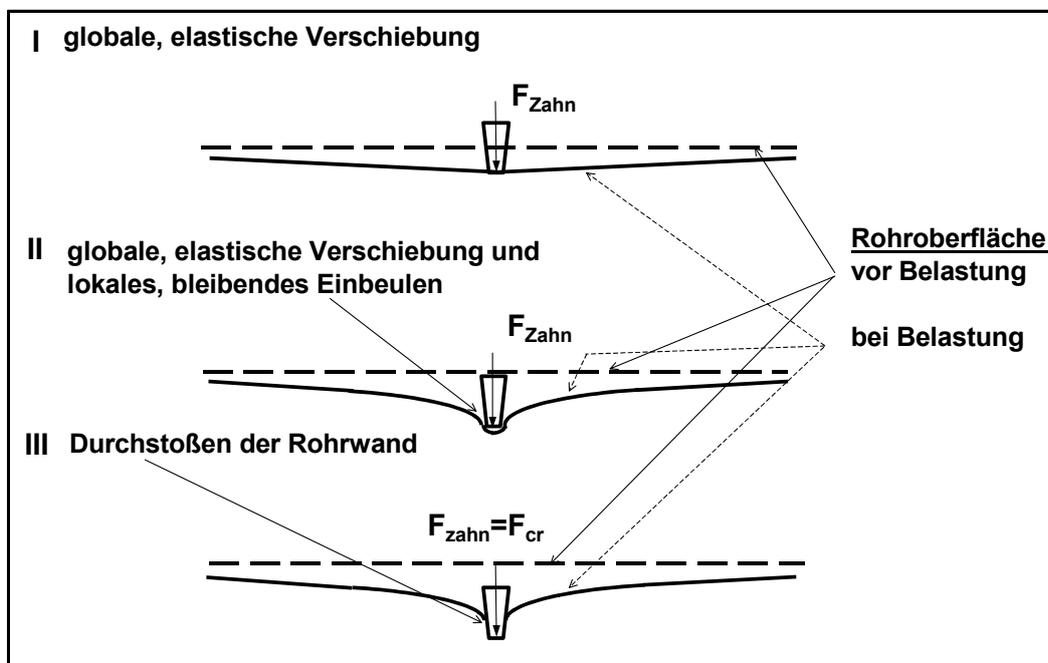


Abb. 3.1: Verschiebung eines nahezu punktförmig belasteten Stahlrohrs bis zum Durchstoßen (Schnitt parallel zur Rohrlängsachse, schematische Darstellung)

Nachfolgend werden die für ähnliche Belastungsfälle bereits in der Literatur vorhandenen analytisch physikalischen Modelle aufgeführt. Dabei wird unterschieden in Lösungsansätze für die elastische Verschiebung unter der radialen Belastung eines Stahlrohrs, in Ansätze für den Beginn der bleibenden Verschiebung von Stahlrohren und Stahlplatten sowie in Modelle für den Verlauf der lokalen, bleibenden Verschiebung im Bereich der Krafteinleitung von Stahlrohren und -platten. Theoretisch hergeleitete Lösungsansätze aus der Literatur zur Beschreibung der elastischen Verschiebung basieren entweder auf vereinfachten Differentialgleichungen mit der Lösung durch doppelte trigonometrische Fourierreihen oder auf der Herleitung mit der Hilfe des Minimums des Gesamtpotentials. Experimentell hergeleitete Modelle aus der Literatur basieren in der Regel auf wenigen Ergebnissen mit einem kleinen

Bereich der Versuchsparameter. Diese beschreiben die elastische Verschiebung mit meist einfachen mathematischen Gleichungen. Für den Beginn der bleibenden Verschiebung des Stahlrohrs im Bereich der Krafteinleitung werden experimentell hergeleitete Ansätze angegeben. Die vorhandenen theoretischen Lösungen für den Verlauf der bleibenden Verschiebung werden für die mittig durch eine Einzelkraft belastete Kreisplatte mit fester Einspannung oder mit freier Lagerung der Ränder gezeigt. Zusätzlich werden Lösungsansätze für den Verlauf der bleibenden Verschiebung durch unterschiedliche Belastungswerkzeuge angegeben. Die dargestellten Lösungsansätze aus der Literatur für das Kraft-Verschiebungsverhalten von ähnlichen Belastungsfällen werden anschließend miteinander verglichen und bewertet.

### 3.1 Belastung von Rohrleitungen durch Innendruck

Bei der Innendruckbeanspruchung von dünnwandigen Rohrleitungen liegt ein Membranzustand vor. Die durch den Innendruck  $P_i$  hervorgerufene, elastische Spannung in Umfangsrichtung  $\sigma_u$  lässt sich aus dem Kräftegleichgewicht an dem in Längsrichtung aufgeschnittenen Stahlrohr mit dem inneren Durchmesser  $D_i$ , der Wanddicke  $s$  und der Länge  $L$  bestimmen mit

$$D_i P_i L = 2 s L \sigma_u \quad (3.1)$$

Daraus lässt sich für dünnwandige Rohre (d.h.  $s \ll D_i$ ) mit dem Durchmesser  $D$  (mit  $D=D_i+2s$ ) die Umfangsspannung zur Kesselformel herleiten [33]

$$\sigma_u = \frac{D_i P_i}{2s} \approx \frac{D P_i}{2s} \quad (3.2)$$

Für die Bestimmung der Spannung in Längsrichtung  $\sigma_l$  des an den Enden geschlossenen, dünnwandigen Stahlrohrs ergibt der Schnitt senkrecht zur Längsachse

$$\sigma_l \approx \frac{D_i P_i}{4s} = \frac{\sigma_u}{2} \quad (3.3)$$

Durch die resultierende Umfangsänderung des Stahlrohrs unter Innendruck ergibt sich für typische Rohrwerkstoffe eine radiale Verschiebung nach außen, die mit Werten von weit weniger als 0,01% des Durchmessers gegenüber den hier betrachteten bleibenden Beultiefen gering ist. Sie wird daher im Folgenden vernachlässigt.

### 3.2 Elastische Verschiebung des Stahlrohrs durch radiale Einzellasten

Die radiale Belastung von Stahlrohren durch Punktlasten oder flächige Einzelkräfte führt bei sehr dünnwandigen Rohren zu einer elastischen Membranbeanspruchung. Bei dickwandigeren, für Rohrleitungen üblichen Wanddicken-Durchmesser-Verhältnissen entsteht dann eine lokale Biegebeanspruchung. Als geometrische Grenzfälle dieser, in der vorliegenden Arbeit betrachteten Beanspruchungsart lassen sich der biegebeanspruchte Rohrring und das linienbelastete Stahlrohr anführen. Zwei radiale um  $180^\circ$  versetzte Einzelkräfte auf einen Rohrring, also auf einem sehr kurzen Stahlrohr führen zu einer über dem Umfang symmetrischen Biegespannungsverteilung des Rings. Bei einem langen Stahlrohr entspricht dieses einer doppelten radialen Linienlast auf der ganzen Länge. Auch in diesem Fall liegt eine symmetrische Belastung über dem Umfang vor. Über die Rohrlänge ist hier die Spannungsverteilung konstant.

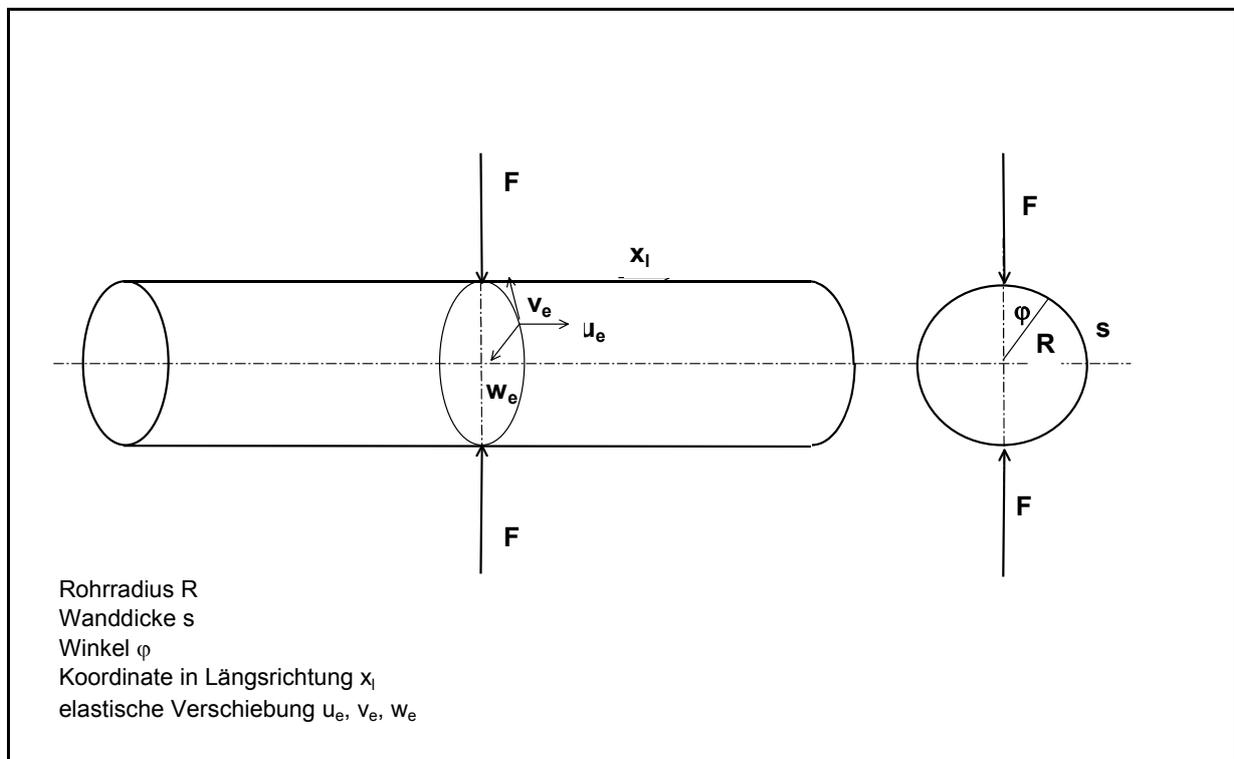


Abb. 3.2: Belastungsfall der zwei radialen Punktlasten  $F$  auf ein Stahlrohr

Dagegen entsteht für den hier betrachteten Belastungsfall eines mittig wirkenden Einzelkräftepaars  $F$  auf ein langes Stahlrohr (Abb. 3.2) ein elastisches Ovalisieren des Rohrs über einen größeren Bereich. In Abb. 3.2. entspricht der Radius  $R$  dem halben Durchmesser,  $\varphi$  dem Winkel in Umfangsrichtung,  $x_1$  der Koordinate in Rohrlängsrichtung und die elastische Verschiebung  $u_e, v_e, w_e$  in Rohrlängs-, Rohrumfangs-, Radialrichtung. Bei diesem Belastungsfall ändert sich die Spannungsverteilung sowohl über den Umfang als auch über der Länge des Stahlrohrs. An den Enden des ausreichend langen Stahlrohrs ist die

Verschiebung und die resultierende Spannung vernachlässigbar gering. Die in der Literatur für diese radiale Belastung von Stahlrohren vorhandenen Lösungsmodelle für die elastische Verschiebung basieren auf theoretischen oder experimentell hergeleiteten Ansätzen. Die theoretisch hergeleiteten Lösungen beruhen dabei hauptsächlich auf der Lösung der vereinfachten Differentialgleichungen oder auf der Berechnung mit Hilfe des Minimums des Gesamtpotentials für das punktbelastete Stahlrohr.

Bei der am häufigsten genannten Lösung für das dünnwandige Stahlrohr unter zwei entgegengesetzten radialen Lasten  $F$  (siehe Abb. 3.2) gibt Flügge [34] die drei gekoppelten partiellen Differentialgleichungen an mit

$$\frac{\partial^2 u_e}{\partial x_1^2} + \frac{1-\nu}{2R^2} \frac{\partial^2 u_e}{\partial \varphi^2} + \frac{1+\nu}{2R} \frac{\partial^2 v_e}{\partial \varphi \partial x_1} - \frac{\nu}{R} \frac{\partial w_e}{\partial x_1} = 0 \quad (3.4)$$

$$\begin{aligned} & \frac{1+\nu}{2R} \frac{\partial^2 u_e}{\partial x_1 \partial \varphi} + \frac{1-\nu}{2} \frac{\partial^2 v_e}{\partial x_1^2} - \frac{1}{R^2} \frac{\partial^2 v_e}{\partial \varphi^2} - \frac{1}{R^2} \frac{\partial w_e}{\partial \varphi} + \\ & \frac{s^2}{12R^2} \left( \frac{\partial^3 w_e}{\partial x_1^2 \partial \varphi} + \frac{\partial^3 w_e}{R^2 \partial \varphi^3} + (1-\nu) \frac{\partial^2 v_e}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 v_e}{R^2 \partial \varphi^2} \right) = 0 \end{aligned} \quad (3.5)$$

$$\nu \frac{\partial u_e}{\partial x_1} + \frac{\partial v_e}{R \partial \varphi} - \frac{w_e}{R} - \frac{Rs^2}{12} \nabla^4 w_e - \frac{s^2}{12} \left( \frac{2-\nu}{R} \frac{\partial^3 v_e}{\partial x_1^2 \partial \varphi} + \frac{\partial^3 v_e}{R^3 \partial \varphi^3} \right) + \frac{(1-\nu^2)R}{Es} Z_r = 0 \quad (3.6)$$

Hier ist die Belastung in Radialrichtung mit  $Z_r$  (hier die Belastung mit zwei radialen Kräften  $F$ ), der Winkel mit  $\varphi$  und die Koordinate in Rohrlängsrichtung mit  $x_1$  bezeichnet. Der Operator  $\nabla$  ist gegeben mit

$$\nabla^4 = \left( \frac{\partial^2}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2}{R^2 \partial \varphi^2} \right)^2 \quad (3.7)$$

Dabei geht Flügge von isotropem, elastischen Werkstoff (mit der Querkontraktionszahl  $\nu$  und dem Elastizitätsmodul  $E$ ) und der Annahme kleiner Verschiebungen  $u_e$ ,  $v_e$ ,  $w_e$  mit  $w_e \ll s$  aus. Diese partiellen Gleichungen lassen sich nach Yuan [35] bei Vernachlässigung einiger Terme zu einer Differentialgleichung achter Ordnung reduzieren. Für dünnwandige Bauteile kann diese nach Donnell [36] weiter vereinfacht werden. Als Lösungsansatz für die radiale Verschiebung  $w_e(\varphi, x_1)$  wird aus diesen vereinfachten Differentialgleichungen mit den Indices  $h$  und  $k$  die doppelte trigonometrische Fourierreihe angegeben mit

$$w_e(\varphi, x_1) = \frac{F}{Es} \sum_{h=2,4,\dots}^{\infty} \sum_{k=2,4,\dots}^{\infty} \bar{w}_{hk} \cos k\varphi \sin \frac{\lambda}{R} x_1 \quad \text{mit} \quad \lambda = \frac{h\pi R}{L} \quad (3.8)$$

Hier werden in den unterschiedlichen Lösungen aus der Literatur für die Fourierkoeffizienten  $\bar{w}_{hk}$  Zahlenwerte angegeben, die teilweise gleich sind. Teilweise weichen sie allerdings geringfügig voneinander ab. Die Ergebnisse dieser Doppelreihen für die elastische Verschiebung im Krafteinleitungspunkt  $w_e(0,0)$  bei  $\varphi = x_1 = 0$  zeigen nach Hoff und Bieger [37, 38] teilweise jedoch für unterschiedliche Lösungsansätze Abweichungen von mehr als 10 %. Für die Bestimmung der elastischen Verschiebung sind von den Autoren teilweise unterschiedliche Vereinfachungen getroffen worden [35, 39-43]. Weitere Literaturansätze für die mit einer Einzelkraft belastete Schale wurden mit unterschiedlichen Vereinfachungen mit der Hilfe des Minimums des Gesamtpotentials hergeleitet [42, 47-49]. Die Lösungsansätze aus der Literatur nach den Gln. (3.9-3.17) für die analytische Bestimmung der elastischen Verschiebung  $w_e(0,0)$  des Stahlrohrs sind in Tab. 3.1 zusammengefasst. Hier bedeuten  $R_1$  und  $R_2$  die Radien einer allgemeinen Schale. Die Geometriefunktionen  $f$  sind hier nicht angegeben und in der entsprechenden Literaturstelle zu finden. Soweit keine anderen Angaben gemacht werden, sind die Parameter in SI-Einheiten einzusetzen. Weitere, tabellarisch dargestellte und daher hier nicht wiedergegebene Lösungen für die Differentialgleichungen für sehr dünnwandige Stahlrohre unter Innendruck existieren von Bijlaard [44, 45] und von Klein [46].

Die meisten der theoretisch hergeleiteten Lösungsansätze gelten in der Regel nur für eine kleine Verschiebung des punktförmig, durch zwei um  $180^\circ$  versetzte Einzelkräfte  $F$  belasteten, dünnwandigen Stahlrohrs. Nach Flügge ist das Verschiebungsverhalten eines durch zwei gegengleiche, radiale Einzelkräfte belasteten Stahlrohrs in der Nähe der Krafteinleitung gut vergleichbar mit dem Verhalten der nur einseitig belasteten Schale [50, 51]. Daher können nach Flügge die hier dargestellten Lösungen auch für den betrachteten Belastungsfall als gültig betrachtet werden. Bei fast allen Lösungsansätzen wird der Zusammenhang zwischen Kraft und Verschiebung linear-elastisch wiedergegeben. Nur in der auch für große Verschiebungen hergeleiteten Gl. (3.15) geht die Kraft quadratisch ein. In den meisten Lösungsansätzen wird der Einfluss des Innendrucks nicht berücksichtigt. Allein im Lösungsansatz von Cannata ist der Innendruck eingearbeitet [47]. Auf die in der Literatur vorhandenen Lösungsansätze für Spannungen im Bereich einer Einzellast wird im Rahmen der vorliegenden Arbeit nicht eingegangen.

Die experimentell ermittelten Lösungsansätze aus der Literatur basieren weitestgehend auf der Anpassung von Versuchswerten an einfache theoretische Modelle [52-62]. Als Basis für die jeweiligen hybriden Lösungsansätze dienten Ergebnisse aus Versuchen mit schmalen Bereichen der Versuchsparameter. Teilweise werden darin die Ergebnisse aus Versuchen mit unterschiedlichen Randbedingungen wie etwa Beulwerkzeugen oder der Lagerung des Rohrabschnitts wiedergegeben. Bis auf das Modell von Spiekhout [58, 59] wird in keinem experimentell erarbeiteten Lösungsansatz der Einfluss des Innendrucks berücksichtigt. Die aus Experimenten hergeleiteten Bestimmungsgleichungen der Literatur für die Verschiebung des Krafteinleitungspunktes nach den Gln. (3.18-3.25) sind in Tab. 3.2 dargestellt. Hier ist die Werkstoffstreckgrenze mit  $R_p$  und die Länge des Beulwerkzeugs in Rohrlängsrichtung mit  $L_L$

Autor	Lösungsansatz	Gl.
Yuan [35]	$w_e(0,0) = \frac{3\sqrt{2}(1-\nu^2)}{\pi} \frac{F}{Es^3} R^2 f(R,s)$ mit der Geometriefunktion $f(R,s)$ nach [35]	(3.9)
Yuan, Ting [41]	$w_e(0,0) = f(L,D,s) \frac{F}{Es}$ mit der Geometriefunktion $f(L,D,s)$ nach [41]	(3.10)
Morley [39]	$\frac{w_e(0,0)Es}{F} = \frac{2K}{\pi} \sum_{h=2,4,\dots}^{k-2} \frac{K^2}{h^2(1-h^{-2})^{1,5}}$ $+ \frac{\sqrt{2}K^4}{\pi} \sum_{h=k,k+2,\dots}^{\infty} \frac{(\kappa_h + 1)^{0,5}}{h^3 \kappa_h}$ mit $4K^4 = (1-\nu^2) \frac{12R^2}{s^2}$ und $\kappa_h^2 = 1 + \frac{K^4}{4h^4}$	(3.11)
Buchwald [40]	$w_e(0,0) = \frac{4FK^3}{\pi Es} \sum_{k=1,\dots}^{\infty} k(4k^2 - 1)^{-1,5}$ mit $4K^4 = (1-\nu^2) \frac{12R^2}{s^2}$	(3.12)
Lukasiewicz [42]	$w_e(0,0) = 0,74 \frac{FR}{Es^2} \sqrt{\frac{R}{s}}$	(3.13)
Calladine [43]	$w_e(0,0) = \frac{1}{1,23} \frac{(1-\nu^2)FR^{1,5}}{Es^{2,5}}$	(3.14)
Lukasiewicz [42]	$w_e(0,0) = 2F^2 \left( 3\pi 0,19 s^{5/2} E \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \right)^{-2}$	(3.15)
Cannata [47]	$w_e(0,0) = \frac{6}{\pi} \frac{(1-\nu^2)FR^3}{Es^3 a^2} f(\varphi, a)$ mit $a^2 = \left( P_i + \frac{Es^3}{12R^3(1-\nu^2)} \right) \left( \frac{Es^3}{12R^3(1-\nu^2)} \right)^{-1}$ und der Geometriefunktion $f(\varphi, a)$ nach [47]	(3.16)
Timoshenko [48], Ting, Yuan [49]	$w_e(0,0) = 0,149 \frac{3(1-\nu^2)FR^3}{Es^3 L}$	(3.17)

**Tab. 3.1:** Theoretisch hergeleitete Lösungsansätze aus der Literatur für die elastische Verschiebung  $w_e(0,0)$  im Bereich einer Einzelkraft auf ein Stahlrohr

bezeichnet. Auch bei den meisten experimentell hergeleiteten Lösungsansätzen verhalten sich Kraft und Verschiebung linear; nur bei den Gln. (3.19-3.21) wird ein quadratischer Zusammenhang zwischen Kraft und elastischer Verschiebung angegeben. Diese drei Ansätze sind der Literatur nach auch für eine plastische Verschiebung anwendbar.

Autor	Lösungsansatz	Gl.
Roark [52]	$w_e(0,0) = 0,135 \frac{FR^2}{Es^3}$	(3.18)
Ellinas [53, 54]	$\frac{F}{\frac{1}{4}R_p s^2 \left(\frac{D}{s}\right)^{0,5}} = 150 \left(\frac{D}{s}\right)^{-0,5} \left(\frac{w_e(0,0)}{D}\right)^{0,5}$	(3.19)
de Oliviera [55]	$\frac{F}{\frac{1}{4}R_p s^2 \left(\frac{D}{s}\right)^{0,5}} = 16\sqrt{\pi} \left(\frac{w_e(0,0)}{D}\right)^{0,5}$	(3.20)
Jones und Shen [56, 57]	$\frac{F}{\frac{1}{4}R_p s^2 \left(\frac{D}{s}\right)^{0,5}} = 20 \left(\frac{w_e(0,0)}{D}\right)^{0,5}$	(3.21)
Spiekhout [58, 59]	$w_e(0,0) = 0,149 \frac{12FR^3}{(1,33R\sqrt{R/s} + L_L)Es^3} f(P_i)$ mit $f(P_i) = \sqrt{\frac{P_{cr}}{P_{cr} + P_i}}$ und $P_{cr} = \frac{3Es^3}{12R^3}$	(3.22)
Peech [60]	$F \approx \frac{s^2}{D^{0,27}} w_e(0,0)$	mit $w_e, s$ und $D$ in Zoll (1 Zoll = 25,4 mm),
	$F \approx s^{1,82} w_e(0,0)$	F in Pound (1 Pound = 453 g)
Enis [61, 62]	$\frac{F}{K_{1r}} = w_e(0,0)$ mit dem Parameter $K_{1r} = 8,96 ED \left(\frac{s/D}{1-s/D}\right)^3$	(3.25)

Tab. 3.2: Experimentell hergeleitete Lösungsansätze aus der Literatur für die elastische Verschiebung  $w_e(0,0)$  im Bereich einer Einzellast auf ein Stahlrohr

### 3.3 Beginn bleibender Verschiebung

Ein dünnwandiges und schwach gekrümmtes Stahlrohr verhält sich im Bereich der Krafteinleitung unter einer singulären Punktlast nach Flügge [50] und Chernyshev [63] bis zum Beginn bleibender Verschiebungen wie eine punktförmig belastete Kreisplatte. Die theoretische Bestimmung des Beginns bleibender Verschiebung einer dünnwandigen Kreisplatte ist daher für den hier betrachteten Belastungsfall von besonderer Bedeutung. Bei der theoretischen Betrachtung der mit einer Punktlast mittig belasteten, dünnen Kreisplatte gehen Prager und Hopkins von einem idealplastischen Werkstoff mit Tresca'scher Fließbedingung aus [64]. Eine plastische Biegung findet hier nach Hill [65] erst dann statt, wenn sich das Biegemoment über den ganzen Wandquerschnitt plastisch verhält.

Unter der Voraussetzung einer nicht zu dünnwandigen Kreisplatte liegt bei zentrischer, radialer Punktbelastung im Bereich der Krafteinleitung gegenüber dem Membranspannungsanteil ein überwiegender Biegespannungsanteil vor. Aus den Differentialgleichungen der mittig, mit einer Punktbelastung beanspruchten Kreisplatte ergibt sich dann nach Prager und Hopkins für die Grenzkraft  $F_0$ , bei der eine plastische Biegung über den ganzen Wandquerschnitt erfolgt

$$F_0 = \frac{\pi}{2} R_p s^2 \quad (3.26)$$

Nach Hodge gilt diese Bedingung für die punktförmige Grenzkraft  $F_0$  unabhängig von der Lagerung, den Abmessungen und der Form der Kreis- oder Rechteckplatte [66].

Zur Bestätigung von Gl. (3.26) wurden von Lance und Onat Versuche an Kreisplatten mit freigelagerten Rändern und Durchmesser-Wanddicken-Verhältnissen  $D/s$  von 20 bis 40 durchgeführt [67]. Diese Versuche ergaben eine gute Übereinstimmung mit der Theorie. Der theoretische Ansatz für die Bestimmung der Grenzkraft  $F_0$  beim Beginn der bleibenden Verschiebung einer Kreisplatte lässt sich nach Miller [68] und Flügge [50] näherungsweise ebenfalls für dünnwandige Rohre anwenden. Nach Leckie und Penny ist dieser Lösungsansatz auch für Kugelschalen ohne Innendruck anwendbar [69]. Neben Gl. (3.26) sind in Tab. 3.3 weitere Lösungen aus der Literatur für den Beginn der bleibenden Verschiebung im Bereich einer Einzellast von Platten und Stahlrohren zusammengefasst. Die aufgelisteten Lösungsmodelle für den Beginn der bleibenden Verschiebung beschreiben das Verhalten von Kreis- bzw. Rechteckplatten oder von Rohren. Die theoretischen Lösungen aus Tab. 3.3 wurden mit unterschiedlichen Annahmen bzw. Vereinfachungen ermittelt. Experimentell erarbeitete Modelle basieren dagegen auf Ergebnissen aus Versuchen mit senkrecht auf die Oberfläche angreifender Einzellast, wobei ein schmaler Bereich der Versuchsparameter vorlag.

In den Lösungen für die Kreis- oder Rechteckplatte wird der Beginn bleibender Verschiebung über die ganze Wanddicke durch die Grenzkraft  $F_0$  bestimmt. Dagegen wird in den Lösungen für Stahlrohre der Beginn der ersten bleibenden Verschiebung an der Außenfaser der Rohrwand als das Ende der elastischen Verschiebung mit der elastischen Grenzkraft  $F_{0,e}$  angegeben. Bei einer flächig, mit dem Radius  $\bar{a}$  kreisförmig angreifenden Kraft  $\bar{F}$  wird das Erreichen der bleibenden Verschiebung über die ganze Wanddicke mit der Flächengrenzkraft  $\bar{F}_0$  bezeichnet. Der Radius der Kreisplatte ist hier mit  $\bar{R}$ , die Länge des Beulwerkzeugs in Rohrumfangsrichtung ist mit  $L_T$  angegeben.

Autor	Lösungsansatz	Gl.
Prager, Hopkins [64]	$F_0 = \frac{\pi}{2} R_p s^2$	(3.26)
Lance und Onat [67]	$\bar{F}_0 = \frac{\pi R_p s^2}{2(1-\bar{a}/R)}$	(3.27)
Prager, Hopkins [64]	$\bar{F}_0 = \frac{\pi R_p s^2}{2(1-2\bar{a}/3R)}$	(3.28)
Onat, Haythornthwaite [70]	$\bar{F}_0 = \frac{\pi R_p s^2}{2(1-2\bar{a}/3R)}$	(3.29)
Enis [61, 62]	$F_{0,e} = \frac{4,48160 s E R_p D^2}{K_{1r} - K_{2r}} \left(\frac{s}{D}\right)^2 \left(\frac{s/D}{1-s/D}\right)^3 \left(1 - \frac{s}{D}\right) +$ $13,66 \left(\frac{s}{0,886}\right)^2 \left(\frac{1,143}{D}\right)^{0,27}$ <p>mit <math>K_{2r} = 9,72 R_p D \frac{(s/D)^2}{1-s/D}</math> und <math>K_{1r}</math> nach Gl. (3.25)</p>	(3.30)
Spiekhout [58, 59]	$F_{0,e} = 1,15 s^2 R_p \left(1 - 0,75 \left(\frac{P_i R}{s R_p}\right)^2\right) \cdot$ $\left(0,8 R \sqrt{\frac{R}{s}} + L_L\right) \frac{1}{(R - 0,35 L_T)}$	(3.31)

Tab. 3.3: Lösungsansätze für den Beginn bleibender Verschiebung im Bereich der Einzelkraft der Platte über die ganze Wanddicke ( $F_0, \bar{F}_0$ ) oder des Stahlrohrs an der Außenfaser ( $F_{0,e}$ )

### 3.4 Bleibende Verschiebung der Kreisplatte

Die bleibende Verschiebung der mittig belasteten Kreisplatte ist, wie später gezeigt wird, lokal gut zu vergleichen mit der bleibenden Verschiebung des dünnwandigen Stahlrohrs durch einen radial wirkenden Baggerzahn. Daher werden hier die in der Literatur vorhandenen Modelle zur Bestimmung des bleibenden Verschiebungsverlaufs der Kreisplatte angegeben. Nach dem Überschreiten der Elastizitätsgrenze im Bereich der Krafeinleitung erfolgt lokal eine bleibende Verschiebung und es entsteht eine bleibende Einbeulung bzw. Beule. Mit der Erhöhung der Kraft erfolgt die Zunahme der gesamten Verschiebung, also der Summe des elastischen und des bleibenden Anteils der Verschiebung der Kreisplatte. Damit verbunden steigt die Ausdehnung der Beule senkrecht zur Krafeinleitung an. Beim Erreichen der kritischen Kraft  $F_{cr}$  erfolgt mit dem Durchstoßen der Wand durch das Beulwerkzeug das Versagen.

Die Art der Lagerung der mittig belasteten Kreisplatte stellt eine wesentliche Randbedingung für die Verschiebung dar. Zu unterscheiden sind hier die beiden Randbedingungen, feste Einspannung oder freie Auflagerung der Ränder. Bei der fest eingespannten Kreisplatte wird eine Rotation des Randes verhindert, während eine freie Auflagerung eine Rotation zulässt (siehe Abb. 3.3). Daher ist die bleibende Verschiebung bei gleicher anliegender Kraft bei fester Einspannung niedriger als bei freier Lagerung des Randes.

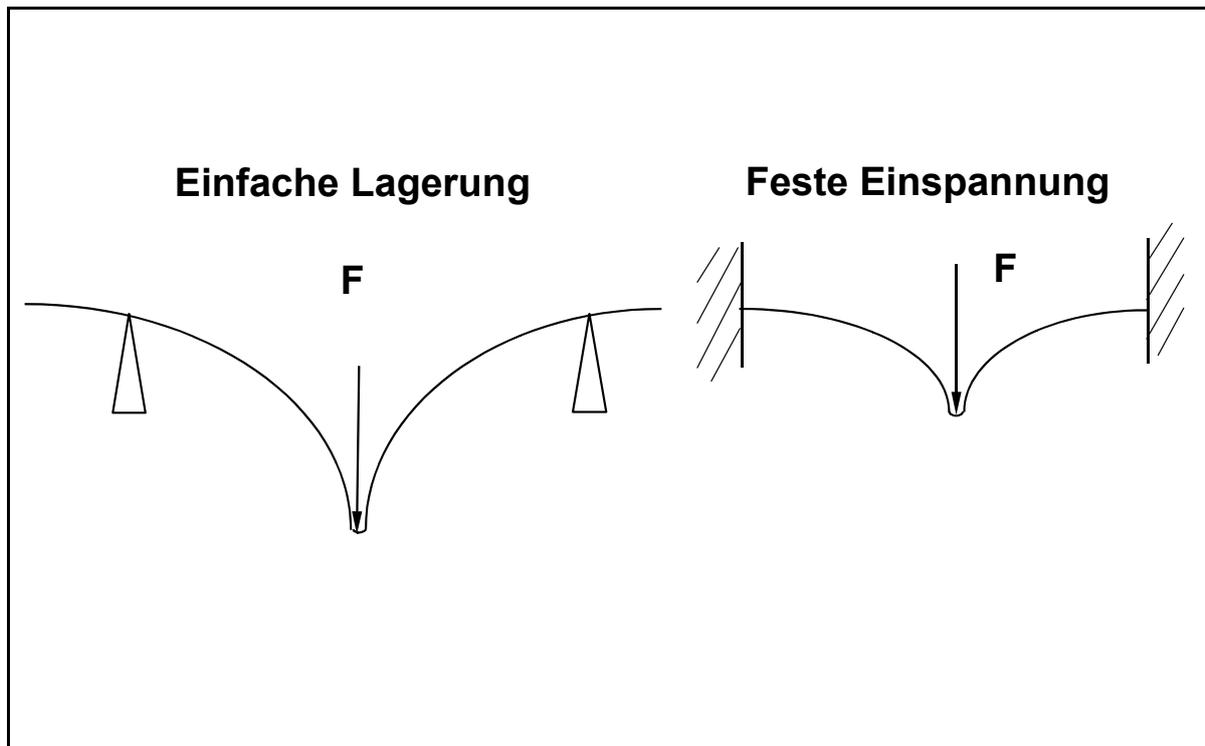


Abb. 3.3: Verschiebungsverhalten einer Kreisplatte mit freier bzw. fester Lagerung der Ränder (schematisch)

Beim Übergang von elastischer zu plastischer Verschiebung bildet sich nach Drucker und Shield [71] im Bereich des Lastangriffpunktes, also in der Mitte der Kreisplatte, ein plastisches Fließgelenk. Aus der biegebeanspruchten Platte entsteht dann eine Schale im Membranzustand. Die in der Literatur vorhandenen Lösungen für die bleibende Verschiebung der Kreisplatte basieren auf ähnlichen Vereinfachungen und sind vergleichbar strukturiert. Nachfolgend wird stellvertretend die analytische Lösung von Drucker und Shield [71] bzw. von Onat und Haythornthwaite [70] für die frei gelagerte Kreisplatte dargestellt. Dieser Lösungsansatz wurde hergeleitet für eine punktförmig belastete, am Rand frei aufliegende Kreisplatte aus elastisch-idealplastischem Werkstoff ohne Verfestigungsverhalten. Zusätzlich ist ein Einfluss einer Geometrieänderung durch die Verschiebung als vernachlässigbar klein angenommen. Nach dem Erreichen der Grenzkraft  $F_0$  (siehe Kapitel 3.3) beginnt sich die punktförmig in der Mitte belastete Kreisplatte zusätzlich zur elastischen Verschiebung bleibend in eine konische Schale zu verformen. Während die Platte sich im Bereich der Krafteinleitung nun zunehmend plastisch verhält, bleibt der Randbereich rein elastisch verformt. Die bleibende Verschiebung in Plattenmitte  $w_p$  wird dabei als bleibender

Anteil der Gesamtverschiebung  $w$  definiert. Als Lösung für den bleibenden Anteil  $w_p$  ergibt sich nach Drucker und Shield [71] sowie Onat und Haythornthwaite [70, 72]

$$\begin{aligned} \frac{F}{F_0} &= 1 + \frac{4}{3} \frac{w_p^2}{s^2} && \text{für } w_p \leq \frac{s}{2} && \text{mit der Grenzkraft } F_0 = \frac{\pi}{2} R_p s^2 \\ \frac{F}{F_0} &= \frac{2}{3} \frac{w_p}{s} + \frac{1}{3} && \text{für } w_p > \frac{s}{2} \end{aligned} \quad (3.32)$$

Gleichung (3.32) beschreibt die bleibende Verschiebung bis zu einem Wert für die bleibende Verschiebung  $w_p$  von der halben Wanddicke  $s/2$  parabolisch, wobei der Verlauf bei  $w_p = 0$  mit einer waagerechten Tangente beginnt. Für sehr große Werte der bleibenden Verschiebung näherte sich der Graph asymptotisch einer Geraden. Der Verlauf des bleibenden Anteiles der Verschiebung nach Gl. (3.32) ist dimensionslos in Abb. 3.4 dargestellt.

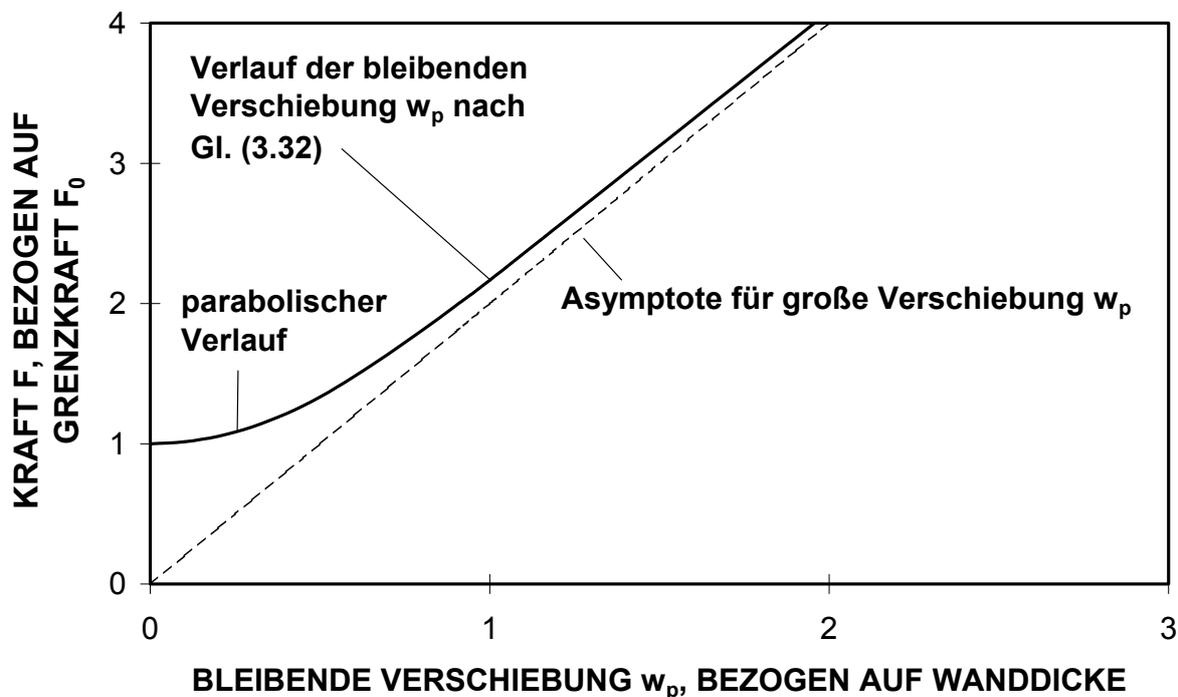


Abb. 3.4: Bleibender Anteil  $w_p$  der Verschiebung und asymptotischer Verlauf für große Verschiebungen der punktförmig belasteten, am Rand frei aufliegenden Kreisplatte [70]

Die Superposition von elastischem Anteil der Verschiebung  $w_e$  und bleibendem Anteil der Verschiebung  $w_p$  ist in Abb. 3.5 als Gesamtverschiebung, d.h. als Beultiefe  $w$  gezeigt. Hier ist das Ansteigen des elastischen Anteils der Verschiebung auch nach dem Überschreiten der elastischen Grenzkraft dargestellt. Das typische Ergebnis von Belastungsversuchen an mittig belasteten Platten zeigt hier einen weichen Übergang von elastischer zu plastischer Verschiebung [70]. Der Beginn plastischer Verschiebung bei der elastischen Grenzkraft  $F_{0,e}$

erfolgt im Experiment durch den Beginn der Plastifizierung an der Außenfasern bei einer niedrigeren Belastung als die theoretische Grenzkraft  $F_0$  (nach Kapitel 3.3 mit der Annahme einer Plastifizierung über den ganzen Querschnitt). Die Kurve nähert sich bei weiterer bleibender Verschiebung dem theoretischen Verlauf an.

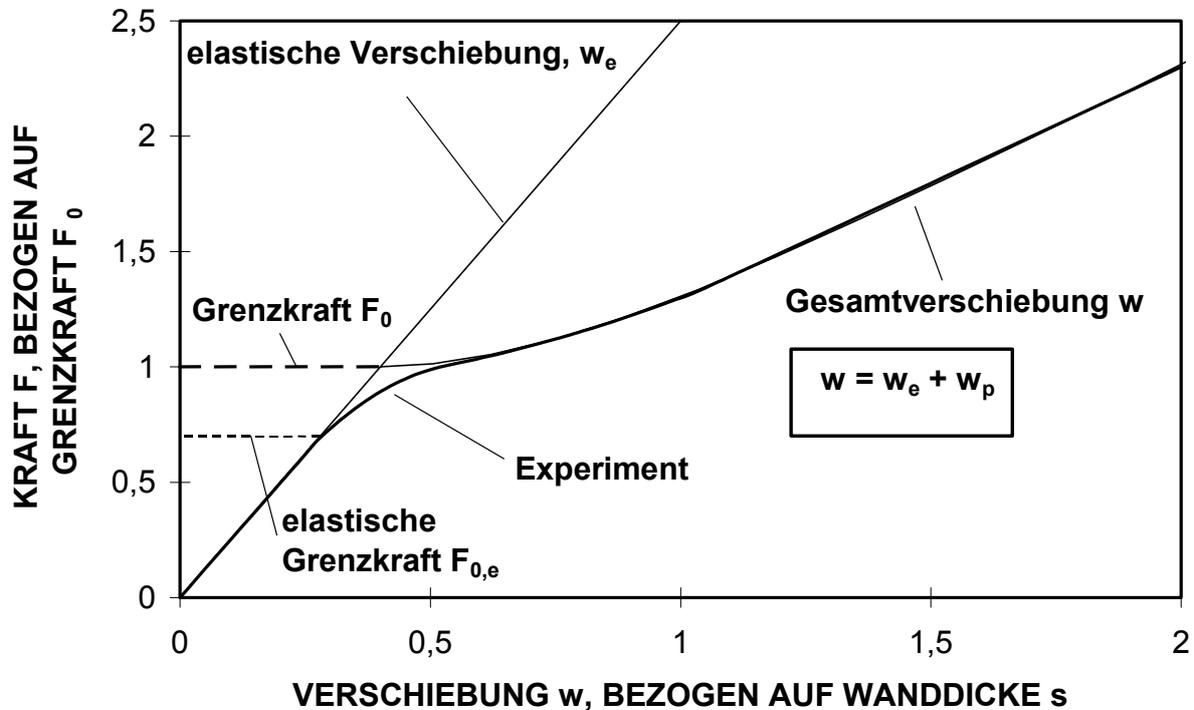


Abb. 3.5: Dimensionslose Verschiebung  $w$  der punktblasteten, am Rand frei aufliegenden Kreisplatte, Theorie und typisches Ergebnis aus Versuchen, nach [70]

Versuche zur Bestätigung der Theorie wurden an frei gelagerten Kreisplatten mit einem Durchmesser-Wanddicken-Verhältnis  $D/s$  von etwa 33 durchgeführt. Sie ergaben eine zufriedenstellende Übereinstimmung für den Verlauf der bleibenden Verschiebung [70]. In der Literatur sind weitere Lösungsansätze für den Verlauf der bleibenden Verschiebung von frei gelagerten Kreisplatten vorhanden. Diese Lösungen sind ähnlich wie die oben dargestellte strukturiert. Alle Literaturlösungen für die bleibende Verschiebung der frei gelagerten Kreisplatte, d.h. Gl. (3.32-3.36), sind vom Durchmesser unabhängig. Sie sind in Tab. 3.4 aufgelistet. Hier ist das Grenzmoment mit  $M_0$  bezeichnet. Die Lösungsmodelle aus der Literatur für die bleibende Verschiebung nach den Gl. (3.33, 3.35, 3.36) beginnen ebenfalls wie nach Gl. (3.32) mit einer waagerechten Tangente. Für größere Werte der Verschiebung (oberhalb der halben Wanddicke  $s/2$  bzw. der Wanddicke  $s$ ) sind alle Lösungen entweder linear angegeben oder sie nähern sich asymptotisch einem linearen Verlauf.

Durch die feste Einspannung der Platte wird bei mittiger Belastung eine Rotation der Ränder verhindert, woraus eine geringere bleibende Verschiebung im Bereich der Krafteinleitung resultiert als bei freier Lagerung der Platte. Aus diesem Grund ergeben sich für die fest eingespannte Kreisplatte qualitativ andere Lösungsmodelle zur Bestimmung der bleibenden

Verschiebung als für die frei gelagerte Kreisplatte. Die Struktur der Lösungen für freie Lagerung und feste Einspannung ist jedoch ähnlich.

Autor	Lösungsansatz	Gl.
Drucker, Shield [71], Onat, Haythornthwaite [70, 72]	$\frac{F}{F_0} = 1 + \frac{4}{3} \frac{w_p^2}{s^2} \quad \text{für } w_p \leq \frac{s}{2} \quad \text{mit } F_0 = \frac{\pi}{2} R_p s^2$ $\frac{F}{F_0} = \frac{2 w_p}{s} + \frac{s}{6 w_p} \quad \text{für } w_p > \frac{s}{2}$	(3.32)
Jones [73, 74]	$\frac{F}{F_0} = 1 + \frac{w_p^2}{s^2} \quad \text{für } w_p \leq s \quad \text{mit } F_0 = \frac{\pi}{2} R_p s^2$ $\frac{F}{F_0} = \frac{2 w_p}{s} \quad \text{für } w_p > s$	(3.33)
Hodge [75]	$F = 2\pi M_0 \frac{1 + \eta^2}{2\eta} \quad \text{mit } \eta = \frac{4 w_p}{s}$ <p style="text-align: center;">und Grenzmoment <math>M_0 = \frac{1}{4} R_p s^2</math></p>	(3.34)
Calladine [76], Lance, Onat [77]	$\frac{F}{F_0} = 1 + \frac{1}{3} \frac{w_p^2}{s^2} \quad \text{für } w_p \leq s \quad \text{mit } F_0 = \frac{\pi}{2} R_p s^2$ $\frac{F}{F_0} = \frac{w_p}{s} + \frac{1}{3} \frac{s}{w_p} \quad \text{für } w_p > s$	(3.35)
Rzhanitsyn [78]	$\frac{F}{F_0} = 1 + \frac{1}{4} \frac{w_p^2}{s^2} \quad \text{für } w_p \leq s \quad \text{mit } F_0 = \frac{\pi}{2} R_p s^2$ $\frac{F}{F_0} = \frac{w_p}{s} \quad \text{für } w_p > s$	(3.36)

Tab. 3.4: Lösungsansätze für die punktförmige Kraft  $F$  bei bleibender Verschiebung  $w_p$  einer Kreisplatte mit frei gelagertem Rand

Die in der Literatur vorhandenen Lösungsansätze für die Verschiebung der fest eingespannten Platte nach den Gln. (3.37-3.39) sind in Tab. 3.5 aufgelistet, wobei für die Berechnung der Koeffizienten  $\alpha_i$  und  $\beta_i$  sowie des Parameters  $\bar{p}$  aus Gl. (3.38) an dieser Stelle auf [70] verwiesen wird.

Autor	Lösungsansatz	Gl.
Rzhanitsyn [78], Jones [73]	$\frac{F}{F_0} = 1 + \frac{w_p^2}{s^2} \quad \text{für } w_p \leq 2s \quad \text{mit } F_0 = \frac{\pi}{2} R_p s^2$ $\frac{F}{F_0} = \frac{2w_p}{s} \quad \text{für } w_p > 2s$	(3.37)
Onat und Haythornthwaite [70]	$\frac{\bar{F}}{\bar{F}_0} = \begin{cases} 1 + \alpha_1 \left(\frac{w_p}{s}\right) + \alpha_2 \left(\frac{w_p}{s}\right)^2 & \text{für } \frac{w_p}{s} \leq \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \ln\left(\frac{\bar{R}}{\bar{\rho}}\right) \\ \beta_1 + \beta_2 \left(\frac{w_p}{s}\right) + \alpha_3 \left(\frac{s}{w_p}\right)^2 & \text{für } \frac{w_p}{s} > \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \ln\left(\frac{\bar{R}}{\bar{\rho}}\right) \end{cases}$ <p>mit <math>\bar{F}_0</math> nach Gl. (3.29)</p>	(3.38)
Calladine [76]	$\frac{F}{F_0} = 1 + \frac{5}{12} \frac{w_p^2}{s^2} \quad \text{für } w_p \leq \frac{2}{3}s \quad \text{mit } F_0 = \frac{\pi}{2} R_p s^2$	(3.39)

Tab. 3.5: Lösungsansätze für die punktförmige Kraft  $F$  oder die flächige Kraft  $\bar{F}$  bei bleibender Verschiebung  $w_p$  einer Kreisplatte mit fester Einspannung des Randes

Hervorzuheben sind die zwei Gleichungen (3.36, 3.37) von Rzhanitsyn. So ist der bleibende Anteil der Verschiebung einer Kreisplatte mit freier Einspannung nach Gl. (3.36) doppelt so groß wie der bleibende Anteil der Verschiebung der Kreisplatte mit fester Lagerung nach Gl. (3.37). Dies entspricht genau dem Einfluss der Einspannung auf die bleibende Durchbiegung eines langen Balkens. Der mittig belastete, gebogene Balken erreicht nämlich bei gleicher Belastung mit beidseitig freier Lagerung das Doppelte der bleibenden Verschiebung eines beidseitig eingespannten Balkens [79]. Alle Lösungsmodelle für die punktförmig belastete, fest eingespannte Kreisplatte sind vom Durchmesser unabhängig.

### 3.5 Bleibende Verschiebung des Stahlrohrs

Sämtliche in der Literatur vorhandenen Lösungsmodelle für das bleibende Einbeulen des Stahlrohrs durch eine Einzellast basieren auf experimentellen Untersuchungen. Alle Lösungsansätze beschreiben die Gesamtverschiebung  $w$  beim lokalen Einbeulen von Stahlrohren. Sie sind in Tab. 3.6 zusammengetragen. Hier bedeutet  $R_m$  die Zugfestigkeit des Rohrwerkstoffes.

Ein in der Literatur beschriebenes instabiles Einbeulen mit einem Absinken der Kraft bei einem Ansteigen der Verschiebung bei großflächiger Belastung von innendrucklosen Rohren ist in Anhang 3 beschrieben.

Als Basis für sämtliche Lösungsansätze aus der Literatur dienten Ergebnisse aus Experimenten mit Belastungswerkzeugen unterschiedlicher Formen und Abmessungen sowie

mit einem schmalen Bereich der Versuchsparameter. Bis auf das Modell aus eigenen Arbeiten [1] und das von Spiekhout [58, 59] wird der Einfluss des Innendrucks nicht berücksichtigt.

Autor	Lösungsansatz	Gl.
Calladine [80]	$F = \pi \sqrt{3/2} R_p s^{3/2} \sqrt{w}$ (hergeleitet für die Kugelschale und übertragen auf Stahlrohr)	(3.40)
Enis [61, 62]	$F = F_{0,e} + \left( K_{2r} + \frac{3,12}{D} \left( \frac{s}{0,886} \right)^2 \left( \frac{1,143}{D} \right)^{0,27} \right) w$ $F_{0,e}$ und $K_{2r}$ nach Gl. (3.30), Parameter in SI-Einheiten	(3.41)
Ellinas, Walker [53, 54]	$\frac{F}{\frac{1}{4} R_p s^2 \left( \frac{D}{s} \right)^{0,5}} = 150 \left( \frac{D}{s} \right)^{-0,5} \left( \frac{w}{D} \right)^{0,5}$	(3.42)
de Oliviera [55]	$\frac{F}{\frac{1}{4} R_p s^2 \left( \frac{D}{s} \right)^{0,5}} = 16 \sqrt{\pi} \left( \frac{w}{D} \right)^{0,5}$	(3.43)
Jones, Shen [56, 57]	$\frac{F}{\frac{1}{4} R_p s^2 \left( \frac{D}{s} \right)^{0,5}} = 20 \left( \frac{w}{D} \right)^{0,5}$	(3.44)
Spiekhout [58,59]	$F = F_p + F_{p_i} \quad \text{oder} \quad F = F_M + F_{p_i} \quad \text{wenn} \quad F_p + F_{p_i} > F_M + F_{p_i}$ mit den Parametern	(3.45)
	$F_p = 1,15 s^2 R_p \left( 1 - 0,75 \left( \frac{P_i R}{s R_p} \right)^2 \right) \left( 0,8 R \sqrt{\frac{R}{s}} + L_L \right) \frac{1}{(R - 0,35 L_T)}$	(3.46)
	$F_M = 1,6 \frac{R}{8} \sqrt{\frac{R}{s}} R_p s w \frac{R}{R - 0,35 L_T} \left( w^2 + \left( \frac{R}{8} \sqrt{\frac{R}{s}} \right)^2 \right)^{-0,5}$	(3.47)
	$F_{p_i} = 1,5 w P_i \left( 0,4 R \sqrt{\frac{R}{s}} \frac{3 E s^3 / 12 R^3}{P_i + 3 E s^3 / 12 R^3} + L_L \right)$	(3.48)
Steiner [1]	$F = 0,31 \sqrt{P_r} \sqrt{w} \quad \text{mit} \quad P_r = \sqrt{s^3 R_p L_L} \left( 1 + 0,7 \frac{P_i D}{s R_m} \right)$ mit dem Parameter $P_r$ und der Werkstoffzugfestigkeit $R_m$ (Parameter in SI-Einheiten)	(3.49)

Tab. 3.6: Lösungsansätze aus der Literatur für die Kraft F bei der Gesamtverschiebung w des Stahlrohrs

### 3.6 Lösungsansätze für Stoßbeanspruchung

In der Literatur wird vereinzelt das Verschiebungsverhalten von Platte, Kugelschale oder Stahlrohr bei nahezu punktförmiger, dynamischer Stoßbeanspruchung beschrieben. Dabei sind für die Stoßbeanspruchung Maximalgeschwindigkeiten von bis zu 150 m/s angegeben [81]. Experimentelle und theoretische Untersuchungen ergaben beim Vergleich miteinander teilweise gute Übereinstimmung der Ergebnisse. Nachfolgend ist ein kurzer Überblick über die vorhandene Literatur gegeben.

#### **Kreisplatte**

Für die Stoßbeanspruchung der Kreisplatte durch eine Punktlast oder eine Einzelkraft wird von Streubel und Dobyns die Lösung für die elastische Verschiebung ähnlich wie bei statischer Belastung aus den vereinfachten Differentialgleichungen mit einem zeitabhängigen, doppelten Fourieransatz angegeben [82, 83].

Theoretische Lösungen und experimentelle Untersuchungen an Platten ergaben bei Dobyns für eine Stoßbeanspruchung durch eine große Masse mit kleiner Geschwindigkeit eine gute Übereinstimmung von dynamischem und statischem Verschiebungsfeld unter elastischer Beanspruchung [83]. Auch für die bleibende Verschiebung von Kreisplatten wurde von Kelly und Shen die Übereinstimmung von Theorie und Experiment gefunden [79, 84]. Über Energieansätze wurde von Prager, Martin und Hopkins [85, 86] aus der kinetischen Energie und der verrichteten Verschiebungsarbeit die plastische Durchbiegung von dynamisch belasteten Kreisplatten durch eine große, nahezu punktförmige Masse sowie die dabei auftretenden Kräfte berechnet.

#### **Kugelschale**

Basierend auf Energieansätzen werden von Wen und Stolarski theoretische Lösungen für die plastische Verschiebung von symmetrischen Kugelschalen bei der Belastung durch eine dynamische Einzelkraft angegeben; diese theoretischen Lösungen konnten durch Experimente bestätigt werden [81, 87].

#### **Stahlrohr**

Die elastische Verschiebung des Stahlrohrs unter Stoßbeanspruchung mit einer radialen Einzelkraft wurde von Shirakawa und Christoforou mit einem Fourieransatz berechnet [88, 89]. Die Berechnungen von Christoforou und Swanson [89] sowie Experimente von Spiekhout [58, 90] deuten darauf hin, dass das Kraft-Verschiebungs-Verhalten eines Stahlrohrs unter Stoßbeanspruchung durch eine große Masse des Belastungsobjektes mit dem Kraft-Verschiebungs-Verlauf unter statischer Belastung gut vergleichbar ist. Für eine gegenüber der Masse des Stahlrohrs kleine Masse des Belastungsobjektes sind nach Christoforou, Swanson sowie nach Gracie die auftretenden Verschiebungen und Kräfte über numerische Energieansätze nur sehr ungenau zu berechnen [89, 91]. In diversen Arbeiten wurde über Energieansätze die Verschiebung für eine 3-Punkt-Biegebelastung von

Stahlrohren unter Belastung durch Einzelkräfte bestimmt [54, 61, 62]. Zur Bestimmung von Versagenswahrscheinlichkeiten von Stahlrohren bei dynamischen Aufprall von Einzelmassen werden von Snamprogetti ebenfalls Energieansätze verwendet [92]. Für die hier betrachtete Problemstellung der dynamischen, radialen Belastung des innendruckbeaufschlagten Stahlrohrs ist in der offenen Literatur derzeit kein Lösungsansatz zur Bestimmung der maximalen Werte von Kraft und Verschiebung sowie des kompletten Kraft-Zeit-Verlaufes angegeben.

### 3.7 Vergleich der Lösungsansätze aus der Literatur

Die Berechnungsvorschriften aus der Literatur für die elastische Verschiebung, für den Beginn der bleibenden Verschiebung und für den Verlauf der bleibenden Verschiebung zeigen untereinander teilweise große Abweichungen im Einfluss der einzelnen Parameter. Dies liegt in den diversen Lösungsansätzen beziehungsweise den getroffenen Vereinfachungen begründet. Nachfolgend werden die einzelnen Berechnungsvorschriften untereinander verglichen und die Abweichungen dargestellt.

Zum Vergleich der einzelnen Lösungsansätze für die elastische Verschiebung  $w_e$  bei der Kraft  $F$  bzw. für die gerade noch elastische Verschiebung  $w_{0,e}$  bei der elastischen Grenzkraft  $F_{0,e}$  wird der Einfluss der Parameter Wanddicke  $s$  und Rohrradius  $R$  bzw. Rohrdurchmesser  $D$  betrachtet. Die Literaturansätze sind mit einer parabolischen und teilweise komplizierten Struktur dieser Parameter aufgebaut und lassen sich daher nur bedingt miteinander vergleichen. Um dennoch einen Vergleich der einzelnen Lösungsansätze zu ermöglichen, werden diese durch die vereinfachte Form

$$w_e = C_1 F \frac{R^{E_c(R)}}{s^{E_c(s)}} \quad \text{oder} \quad w_{0,e} = C_1 F_{0,el} \frac{R^{E_c(R)}}{s^{E_c(s)}} \quad (3.50)$$

angenähert. Zum Vergleich der einzelnen Lösungsmodelle für die Höhe der elastischen Grenzkraft  $F_{0,e}$ , der Grenzkraft  $F_0$  sowie für die Kraft  $F$  bei der bleibenden Verschiebung  $w_p$  werden ähnliche Vereinfachungen für die Struktur verwendet mit

$$F_0 = C_2 \frac{s^{E_0(s)}}{R^{E_0(R)}} R_p^{E_0(R_p)} \quad \text{für die Grenzkraft} \quad (3.51)$$

oder

$$F_{0,el} = C_3 \frac{s^{E_0(s)}}{R^{E_0(R)}} R_p^{E_0(R_p)} \quad \text{für die elastische Grenzkraft} \quad (3.52)$$

und

$$F = C_4 w_p^{E_p(w_p)} \frac{s^{E_p(s)}}{\bar{R}^{E_p(\bar{R})}} R_p^{E_p(R_p)} \quad \text{für die bleibende Verschiebung der Kreisplatte} \quad (3.53)$$

oder

$$F = C_5 w^{E_p(w)} \frac{s^{E_p(s)}}{R^{E_p(R)}} R_p^{E_p(R_p)} \quad \text{für die Gesamtverschiebung des Stahlrohrs} \quad (3.54)$$

Weiterhin werden neben den Exponenten  $E_k(i)$  für die Wanddicke  $s$  und den Rohrradius  $R$  zusätzlich noch die Exponenten für die Parameter Streckgrenze  $R_p$ , Kreisplattenradius  $\bar{R}$ , bleibende Verschiebung  $w_p$  sowie Gesamtverschiebung  $w$  bestimmt und miteinander verglichen. Teilweise werden in den Lösungsmodellen kompliziertere Funktionen verwendet, als in den Gln. (3.50 - 3.54) angenommen werden, teilweise sind in der Literatur zwei Lösungen – für kleine und für große Verschiebungen - angegeben. Für einen einfachen Vergleich wurde in diesem Fall jeweils der Exponent für den asymptotischen Verlauf bei großen Werten des Parameters bestimmt. Die ermittelten Exponenten werden anschließend gegenübergestellt. Der parabolische Verlauf nach dem elastisch-plastischen Übergang wird hier nicht bewertet. Die Parameter  $C_1$  bis  $C_5$  aus den Gl. (3.50 – 3.54) werden hier nicht bestimmt.

### **Elastische Verschiebung, Auswertung mit Gl. (3.50)**

Bei den unterschiedlichen Lösungsansätzen für die elastische Verschiebung  $w_e$  zeigen sich in Tab. 3.7 teilweise stark voneinander abweichende Exponenten für den Radius (bzw. für den Durchmesser)  $E_e(R)$  von 0,0 bis 3,0 sowie für die Wanddicke  $E_e(s)$  von 1,0 bis 5,0. Abweichungen vom ansonsten linearen Zusammenhang zwischen Kraft und Verschiebung sind bei der auch für große elastische Verschiebungen angegebene Gl. (3.15) und bei der auch noch bei bleibenden Verschiebungen angegebene Gl. (3.19 - 3.21) zu finden. Das Elastizitätsmodul  $E$  und die Poisson'sche Querkontraktionszahl (mit  $1-\nu^2$ ) sind nur in einigen Lösungen eingearbeitet. Die Abmessung des Krafteinleitungswerkzeugs wird bei den theoretischen Herleitungen als punktförmig angesetzt und ist bei den meisten experimentellen Ansätzen in die Berechnungsvorschrift direkt eingearbeitet worden. Nur in Gl. (3.22) wird die Beulwerkzeuglänge  $L_L$  verwendet.

### **Übergang von elastischer in bleibende Verschiebung, Auswertung mit Gln. (3.51, 3.52)**

Bei allen Lösungsansätzen für die Grenzkraft  $F_0$  bzw. für die elastische Grenzkraft  $F_{0,e}$  geht die Streckgrenze  $R_p$  mit  $E_0(R_p)=1$  linear ein (Tab. 3.8). Die Exponenten für den Einfluss der Wanddicke  $E_0(s)$  liegen hier zwischen 1,5 und 3,0, der Exponent für die Wirkung des Rohrdurchmessers  $E_0(R)$  liegt zwischen  $-0,5$  und  $1,0$ . Bei den Lösungen für die Platte nach den Gln. (3.27 – 3.29) geht der Kreisplattenradius  $\bar{R}$  mit der Größenordnung von  $1 - \bar{a}/\bar{R}$  ein. Für die hier betrachtete, nahezu punktförmige Belastung ist dies vernachlässigbar klein und wird daher vernachlässigt.

Autor	Gl.	$E_e(\mathbf{R})$	$E_e(\mathbf{s})$	Basis
Yuan [35]	(3.9)	2,0	3,0	theoretisch
Yuan, Ting [41]	(3.10)	0,0	1,0	
Morley [39]	(3.11)	1,5	2,5	
Buchwald [40]	(3.12)	1,5	2,5	
Lukasiewicz [42]	(3.13)	1,5	2,5	
Calladine [43]	(3.14)	1,5	2,5	
Lukasiewicz [42]	(3.15)	2,0	5,0	
Cannata [47]	(3.16)	3,0	3,0	
Timoshenko, Yuan, Ting [48,49]	(3.17)	3,0	3,0	
Roark [52]	(3.18)	2,0	3,0	
Ellinas [53, 54]	(3.19)	1,0	4,0	
Oliviera et al. [55]	(3.20)	0,0	3,0	
Jones, Shen [56, 57]	(3.21)	0,0	3,0	
Peech [60]	(3.23)	0,3	2,0	
Peech [60]	(3.24)	0,0	1,8	
Enis et al. [61, 62]	(3.25)	2,0	3,0	
Spiekhout [58, 59]	(3.22)	1,5	2,5	experimentell, FEM

Tab. 3.7: Vergleich der Lösungsansätze aus der Literatur zur Berechnung der elastischen Verschiebung  $w_e$ , Exponenten  $E_e$  auf eine Nachkommastelle gerundet

Autor	Gl.	$E_0(\mathbf{R})$	$E_0(\bar{\mathbf{R}})$	$E_0(\mathbf{s})$	$E_0(\mathbf{R}_p)$	Basis
Prager, Hopkins [64]	(3.26)	-	0,0	2,0	1,0	theoretisch für Platte
Lance, Onat [67]	(3.27)	-	0,0	2,0	1,0	
Prager, Hopkins [64]	(3.28, 3.29)	-	0,0	2,0	1,0	
Enis [61, 62]	(3.30)	1,0	-	3,0	1,0	experimentell
Spiekhout [58,59]	(3.31)	-0,5	-	1,5	1,0	experimentell, FEM

Tab. 3.8: Vergleich der Lösungsansätze aus der Literatur zur Berechnung des Beginns der bleibenden Verschiebung bei  $F_0$  und  $F_{0,e}$ ,  $E_0$  auf eine Nachkommastelle gerundet

**Bleibende Verschiebung der Kreisplatte, Auswertung mit Gl. (3.53):**

Bei den theoretischen Gleichungen für das bleibende Einbeulen der fest eingespannten bzw. frei gelagerten Kreisplatte ändert sich teilweise der Aufbau der Lösungsmodelle über den Verlauf der Verschiebung. Daher wurde die Bewertung nur für große Verschiebungen betrachtet. In Tab. 3.9 zeigt sich für die einzelnen Parameter ein gleicher Einfluss. So gehen für große bleibende Verschiebungen  $w_p$  mit hoher Kraft  $F$  die Wanddicke  $s$ , die bleibende Verschiebung  $w_p$  und die Werkstoffstreckgrenze  $R_p$  linear mit  $E_p(s)=E_p(w_p)=E_p(R_p)$  von 1,0 in die Lösungsansätze nach den Gln. (3.32 – 3.38) ein.

Autor	Gl.	$E_p(\bar{R})$	$E_p(s)$	$E_p(R_p)$	$E_p(w_p)$	Theorie für Platte
Onat, Haythornth. [70, 72]	(3.32)	0,0	1,0	1,0	1,0	frei gelagert
Jones [73, 74]	(3.33)	0,0	1,0	1,0	1,0	
Hodge [75]	(3.34)	0,0	1,0	1,0	1,0	
Calladine [76]	(3.35)	0,0	1,0	1,0	1,0	
Rzhanitsyn [78]	(3.36)	0,0	1,0	1,0	1,0	
Rzhanitsyn [78]	(3.37)	0,0	1,0	1,0	1,0	eingespannt
Onat, Haythornthw. [70]	(3.38)	0,0	1,0	1,0	1,0	

Tab. 3.9: Vergleich der Lösungsansätze aus der Literatur zur Berechnung der Kraft  $F$  bei großer bleibender Verschiebung  $w_p$ ,  $E_p(i)$  auf eine Nachkommastelle gerundet

Der Radius der Kreisplatte  $\bar{R}$  hat mit  $E_p(\bar{R})=0$  keinen Einfluss auf die bleibende Beultiefe. Nur bei Gl. (3.38) wird der Radius in Verbindung mit dem runden Stempel mit  $\bar{a}/\bar{R}$  verwendet, hat aber für eine nahezu punktförmige Belastung einen vernachlässigbar kleinen Einfluss. Gleichung (3.39) wurde nicht betrachtet, da diese nur für kleine Kräfte bzw. kleine Verschiebungen gilt. Fast alle Lösungen beinhalten die Grenzkraft  $F_0$  nach Gl. (3.26), nur in Gl. (3.38) wird die Flächengrenzkraft  $\bar{F}_0$  nach Gl. (3.29) verwendet.

**Bleibende Verschiebung des Stahlrohres, Auswertung mit Gl. (3.54)**

Die Lösungsansätze für die Kraft aus der gesamten Beultiefe  $w$  von Stahlrohren weisen unterschiedliche Einflüsse der Parameter auf (Tab. 3.10). So variiert der Exponent für die Wanddicke  $E_p(s)$  von 0,8 bis 2,0 und der Exponent für den Rohrdurchmesser  $E_p(R)$  von 0,0 bis 1,3. Der Einfluss der Gesamtverschiebung  $w$  ist in den Lösungsansätzen mit Exponenten  $E_p(w)$  von 0,5 bis 1,0 von ähnlicher Größenordnung. Der Exponent für den Einfluss der Werkstoffstreckgrenze  $E_p(R_p)$  liegt zwischen 0,3 und 1,0. Die für Kugelschalen hergeleitete Gl. (3.40) wurde hier nicht berücksichtigt.

Autor	Gl.	$E_p(\mathbf{R})$	$E_p(\mathbf{s})$	$E_p(\mathbf{R}_p)$	$E_p(\mathbf{w})$	Basis
Enis et al. [61, 62]	(3.41)	1,3	2,0	1,0	1,0	experimentell ohne Innendruck $P_i$
Ellinas, Walker [53, 54]	(3.42)	0,5	2,0	1,0	0,5	
de Oliviera et al. [55]	(3.43)	0,0	1,5	1,0	0,5	
Jones, Shen [56, 57]	(3.44)	0,0	1,5	1,0	0,5	
Spiekhout [58, 59]	(3.45)	0,0	1,0	1,0	1,0	experimentell mit $P_i$ , FEM
Steiner [1]	(3.49)	0,0	0,8	0,3	0,5	experimentell mit $P_i$

**Tab. 3.10:** Vergleich der Lösungsansätze aus der Literatur zur Berechnung der Kraft  $F$  bei großer Gesamtverschiebung  $w$ ,  $E_p(i)$  auf eine Nachkommastelle gerundet

### Zusammenfassung

Es wurden die in der Literatur angegebenen Lösungsmodelle für die elastische und plastische Verschiebung sowie für den elastisch-plastischen Übergang beim lokalen Einbeulen von Kreisplatten und Rohren vorgestellt. Theoretisch hergeleitete Lösungen beruhen auf unterschiedlichen Ansätzen mit verschiedenen Vereinfachungen. Experimentellen Modellen standen bei der Erstellung jeweils nur schmale Bereiche der Versuchsparameter zur Verfügung. Der Vergleich der Lösungskonzepte untereinander ergab teilweise große Abweichungen im Aufbau der Ansätze, die sich in Exponenten mit unterschiedlichen Werten zeigen. Die Wirkung von Innendruck und Beulwerkzeuggeometrie ist in der Regel nicht berücksichtigt. Für die Bewertung der Literaturlösungen werden nachfolgend die Ergebnisse von Experimenten sowie numerischen Rechnungen mit der Methode der Finiten Elemente vorgestellt. Derzeit ist in der Literatur kein analytischer Lösungsansatz für die Bestimmung des Kraft-Verschiebungs-Verlaufes bei Stoßbeanspruchung des innendruckbehafteten Stahlrohres durch eine schnelle, schwere Masse vorhanden. Daher ist aus analytischen Literaturlösungen die Ermittlung der größtmöglichen Werte von Beultiefe und Beulkraft bei einem Kontakt von Bagger und Rohr zur Zeit nicht möglich.



## **4 Experimentelle Untersuchung des Kraft-Verschiebungs-Verhaltens**

Nachfolgend werden die durchgeführten Beulversuche an Stahlrohren sowie Stahlplatten unter quasistatischer oder dynamischer Aufbringung der Belastung dargestellt. Der gesamte Parameterbereich für typisch verwendete duktile Stahlleitungsrohre wird dabei abgedeckt. Dazu wird zur genauen Auswertung der Parametereinflüsse bei der Auswahl der Versuchsbedingungen der quasistatischen Experimente Wert gelegt auf einen weiten Bereich der Parameter Durchmesser, Wanddicke, Streckgrenze, Zugfestigkeit, Beulwerkzeuflänge, Innendruck und der daraus resultierenden Rohrumfangsspannung.

Bei den Beulversuchen an Stahlrohren wird der komplette Verlauf der elastisch-plastischen Verschiebung im Bereich der Kraftereinleitung betrachtet. Bei den Versuchen an mittig belasteten Kreisplatten ist dagegen nur der Beginn bleibender Verschiebungen sowie der weitere bleibende Verlauf von Interesse. Die gemessenen quasistatischen elastisch-plastischen Kraft-Verschiebungs-Verläufe werden ausgewertet und die charakteristischen Punkte für die elastische und bleibende Verschiebung sowie für den Beginn erster bleibender Verschiebung ermittelt. Weitere, die eigenen Experimente ergänzende Versuchsergebnisse aus der Literatur werden zusammengetragen und zusätzlich ausgewertet.

Bei den dynamisch durchgeführten Versuchen mit der Stoßbeanspruchung durch ein Fallwerk wurden stark oszillierende Kraft-Zeit-Kurven ermittelt. Diese wurden nach Newton in Kraft-Verschiebungs-Verläufe umgerechnet. Die danach geglätteten Kraft-Verschiebungs-Verläufe erlauben einen direkten Vergleich der dynamischen Ergebnisse mit den quasistatisch ermittelten Kurven. Bei den dynamisch durchgeführten Versuchen lag besonderer Schwerpunkt auf der Bestimmung der Werte für die Maximalkraft.

### **4.1 Quasistatische Experimente an Platten**

Die quasistatischen Belastungsversuche an den Stahlplatten erfolgten mit einer Druckprüfmaschine mit einer maximalen Kraft von 5000 kN. Die Belastungsgeschwindigkeit lag im Bereich von 0,5 bis 2 mm/min. Die Höhe der Belastungskraft wurde an der Prüfmaschine mit einer Druckmessdose mit der Genauigkeit von  $\pm 1\%$  sowie mit direkt am Beulwerkzeug instrumentierten Dehnmessstreifen ermittelt. Diese wurden an gegenüberliegenden Seiten des Beulwerkzeugs appliziert, um einen Biegeeinfluss zu umgehen. Die Messung der Verschiebung des Beulwerkzeugs erfolgte induktiv. Dieser Messwert gibt die Gesamtbeultiefe  $w$  und somit den elastischen Anteil  $w_e$  plus den bleibenden Anteil  $w_p$  der Verschiebung wieder. Die lokale Reduzierung der Rohrwanddicke infolge einer Werkstoffquetschung wurde hier nicht berücksichtigt, da diese unter 1% der Verschiebung des Kraftangriffspunktes lag. Sämtliche Versuche wurden an Stahlblechen durchgeführt, die aus gerichteten Stahlrohrabschnitten oder aus Stahlblechen für die Rohrfertigung hergestellt

wurden. Verwendet wurden Stahlplatten aus Segmenten von Stahlrohren mit einem Durchmesser  $D$  von 610 bis 1220 mm und einer Wanddicke  $s$  von 11,5 bis 19,1 mm. Als Werkstoffe lagen die Güten X52 und X70 nach dem amerikanischen Standard für Leitungsrohre API 5L vor [93]. Zusätzlich wurden die Werkstoffe StE 480.7 TM sowie GRS 550 TM nach der Norm DIN 17172 für Stahlrohre für Hochdruckleitungen [94] verwendet. Die Werkstoffeigenschaften in Rohrumfangsrichtung wurden mit dem einachsigen Zugversuch aufgenommen. Dabei ergaben sich für die verwendeten Werkstoffe Werte für die Streckgrenze  $R_p$  von 372 bis 589 MPa sowie Werte für die Zugfestigkeit  $R_m$  von 490 bis 703 MPa. Die Bruchdehnung  $A$  lag zwischen 28 und 31%, für die Brucheinschnürung  $Z$  ergaben sich Werte zwischen 65 und 71%. Der Versuchsaufbau ist schematisch in Abb. 4.1 dargestellt. Zur Simulation einer möglichst freien Auflagerung der Platten ohne einen gravierenden Reibungseinfluss wurde die Auflagerfläche der kreisförmigen Matrize abgerundet und die Oberfläche von Blech und Matrize eingefettet.

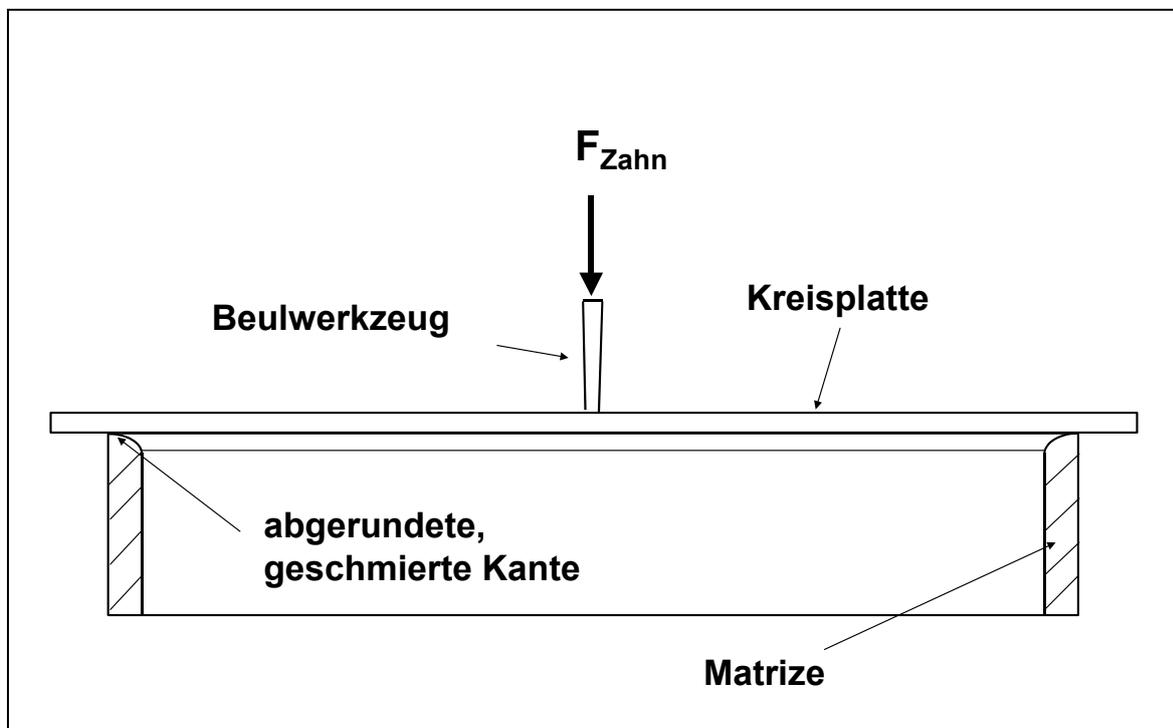


Abb. 4.1: Versuchsaufbau für die quasistatische Belastung der Platte durch eine Einzelkraft, auf dem abgerundeten, geschmierten Auflager (schematisch)

Die Platten wurden auf der kreisförmigen Matrize mit einem Durchmesser von 455 mm zentrisch belastet (Abb. 4.2). Als Belastung diente dabei als Beulwerkzeug ein Baggerzahn mit abgerundeten Kanten. In Abbildung 4.3 sind die Abmessungen an der Baggerzahnspitze, nämlich Länge  $L_L$  und Breite  $L_T$  dargestellt. Die Nennwerte dieser Abmessungen sind für die Breite mit  $L_T^*$  und für die Nennlänge mit  $L_L^*$  bezeichnet. Die Länge  $L_L$  von Baggerzähnen liegt üblicherweise beim 5 bis 7-fachen der Breite  $L_T$ . Mit diesem typischen Verhältnis geht

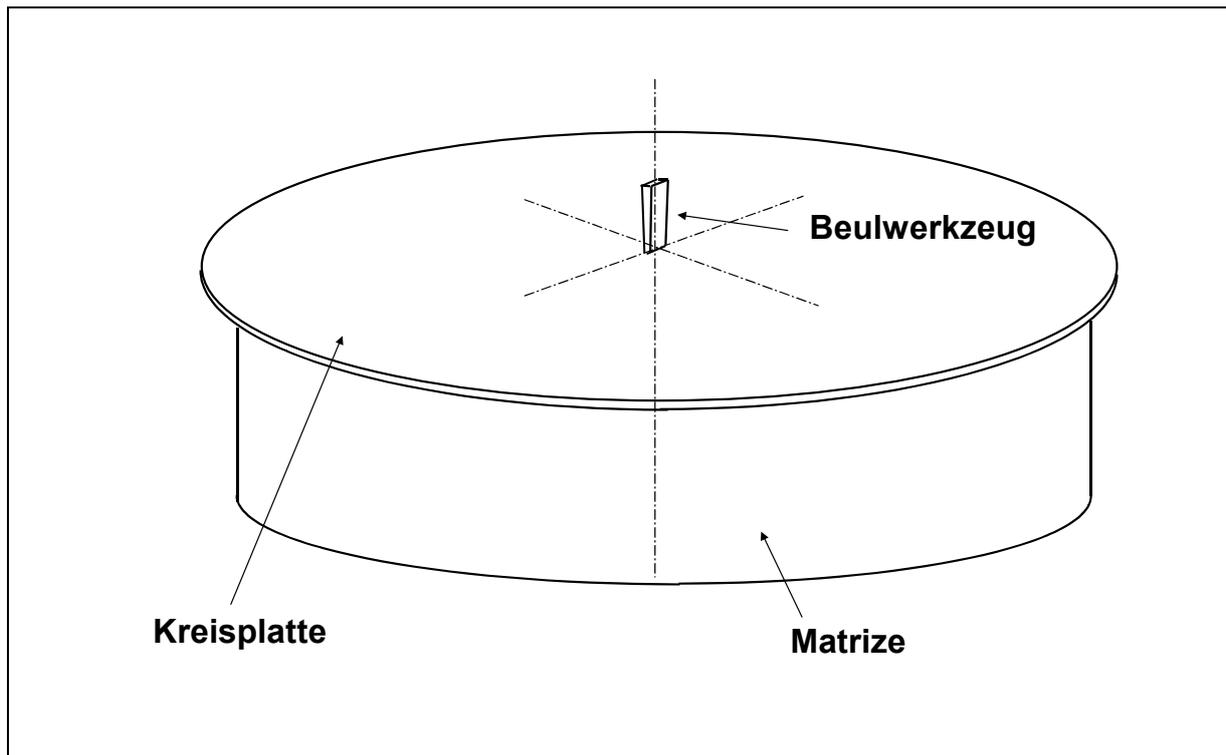


Abb. 4.2: Versuchsaufbau für mittige Belastung der frei gelagerten Platte durch das Beulwerkzeug

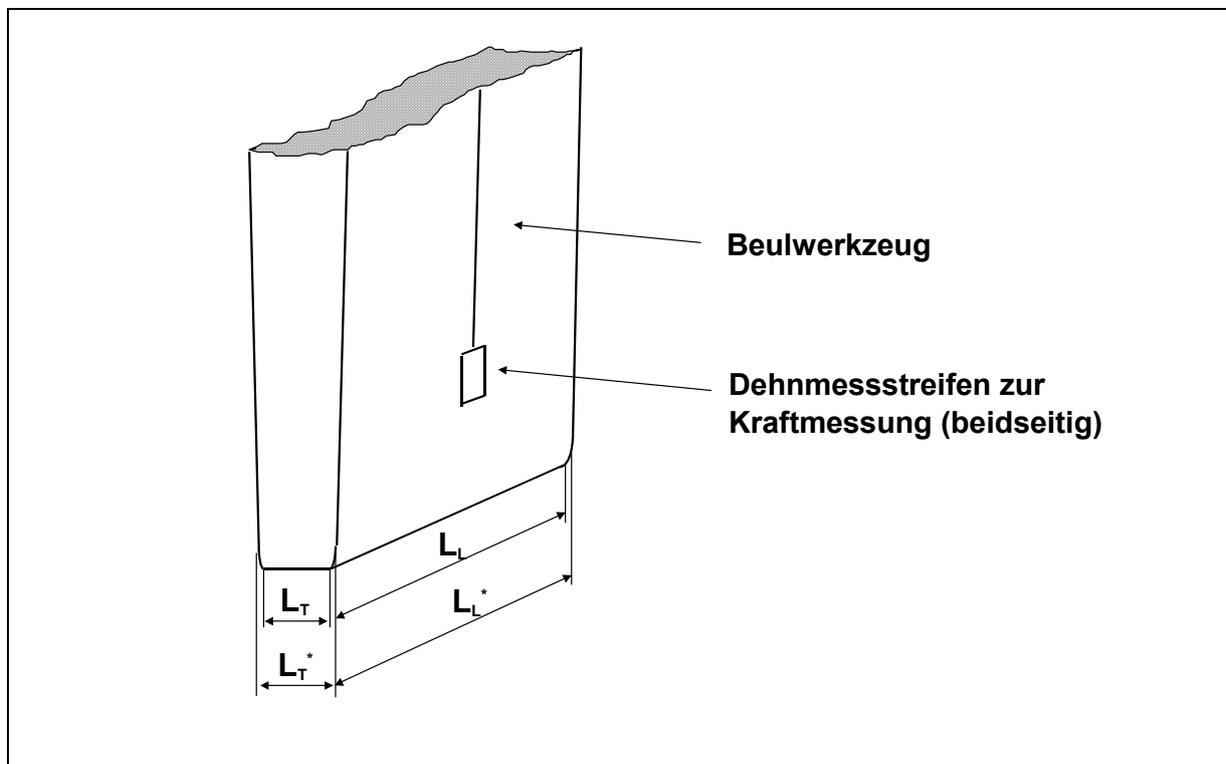


Abb. 4.3: Instrumentierung mit Dehnmessstreifen sowie Abmessungen des verwendeten Beulwerkzeugs (schematisch)

die Baggerzahnbreite automatisch in die weiteren Betrachtungen für das Kraft-Verschiebungs-Verhalten ein. Für die weitere Auswertung werden daher nur die Istwerte der Länge  $L_L$  verwendet. Die Länge  $L_L$  lag bei diesen Versuchen bei 55 mm. Zu erwähnen ist hier, dass bei einem neuen, d.h. noch nicht lange verwendeten Baggerzahn die Nennwerte und die Istwerte nahezu identisch sind ( $L_T \approx L_T^*$  und  $L_L \approx L_L^*$ ). Dagegen liegen die Istwerte der Abmessung von schon längere Zeit im Einsatz befindlichen Baggerzähnen durch den Abrieb teilweise um bis zu ca. 50% niedriger als die Nennwerte.

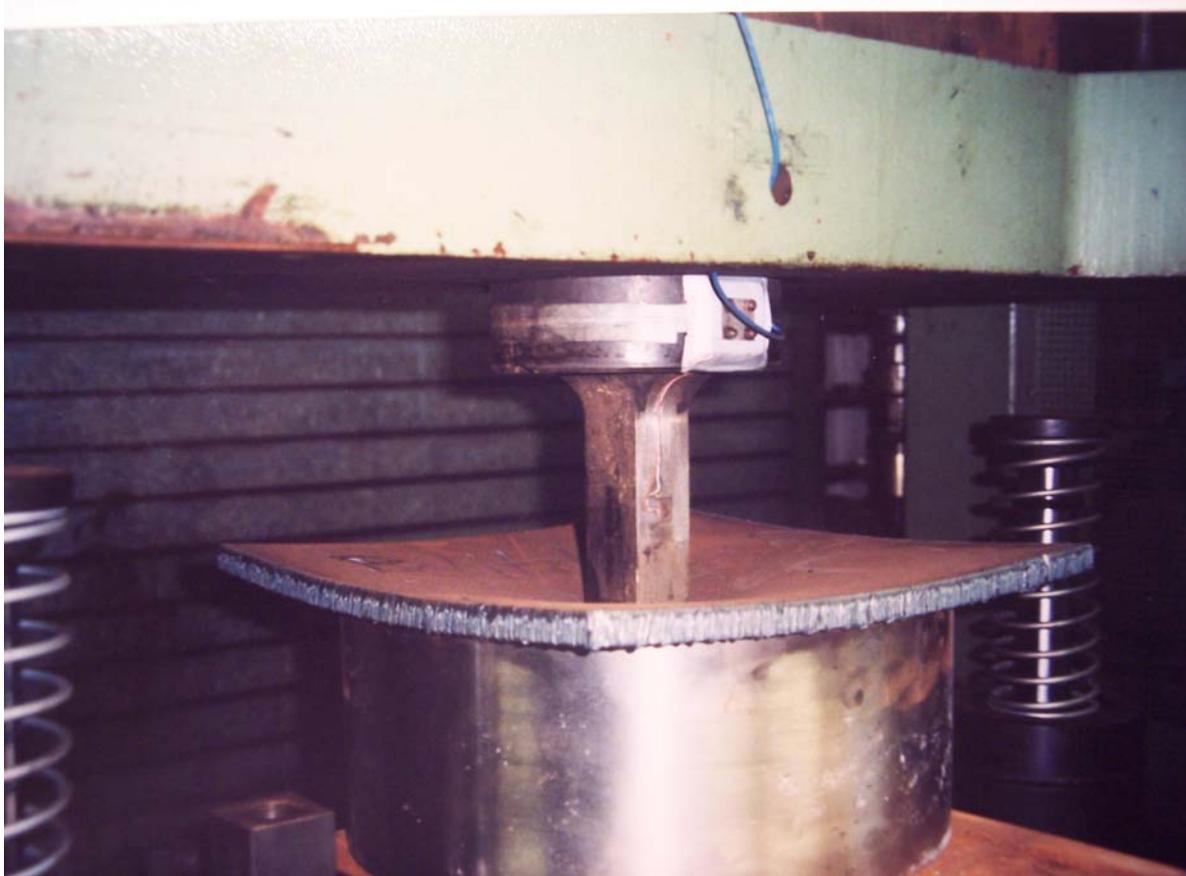


Abb. 4.4: Versuchsaufbau und gebeulte Platte aus Versuch IRL004

In Abbildung 4.4 ist der Versuchsaufbau mit der kreisförmigen Matrize und dem mit Dehnmessstreifen instrumentierten Beulwerkzeug sowie der bleibend verformten Platte aus Versuch IRL004 dargestellt. Die Ermittlung der Kraft-Verschiebungs-Kurven erfolgte mit mehrfacher Entlastung auf einem X-Y-Schrieb, um die jeweilige elastische Rückfederung aufzunehmen. In Abbildung 4.5 sind beispielhaft die Kraft-Verschiebungs-Kurven der Versuche IRL004 (Segment aus dem Stahlrohr mit dem Durchmesser  $D$  610 x 19,1 mm Wanddicke) und KD70-2b (Segment aus dem Stahlrohr  $D$  914 x 11,5 mm Wanddicke) dargestellt. Die Parameter sämtlicher quasistatischer Beulversuche sind in Anhang 4 wiedergegeben.

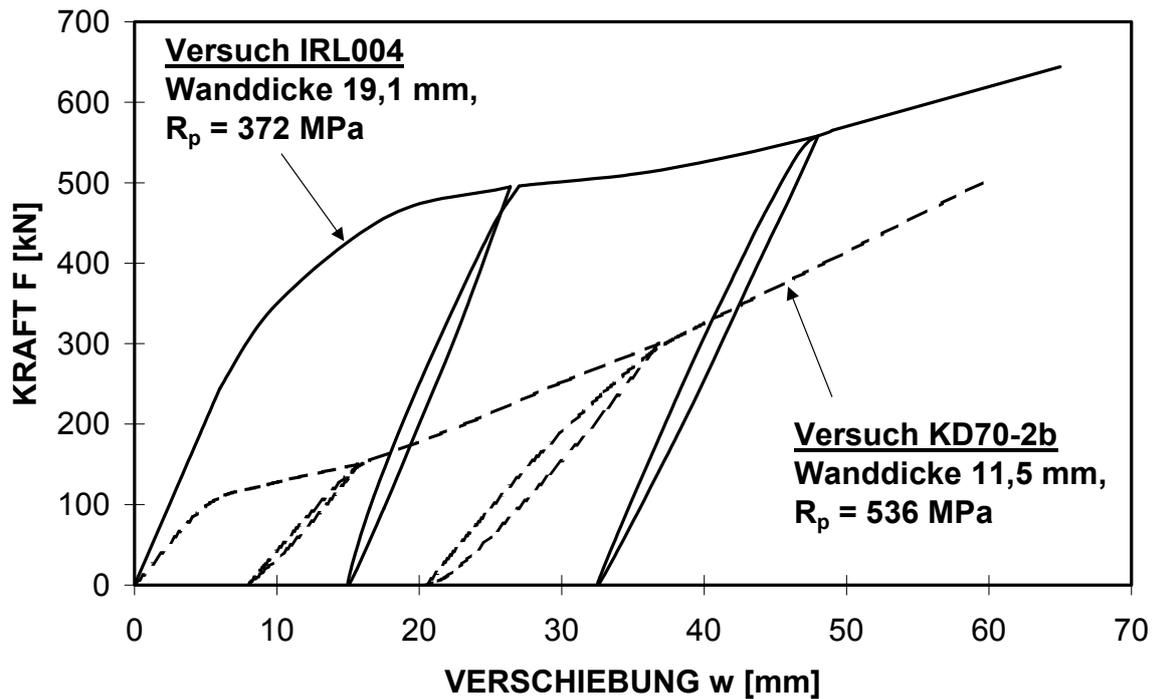


Abb. 4.5: Ermittelter Kraft-Verschiebungs-Verlauf der quasistatischen Beulversuche an freigelagerten Platten der Versuche IRL004 und KD70-2b

Alle Kraft-Verschiebungs-Verläufe aus den Versuchen an Platten zeigen denselben qualitativen Verlauf mit zu Beginn elastischer Verschiebung und danach einem sanftem Abknicken bei der elastischen Grenzkraft  $F_{0,e}$ . Danach folgt eine parabolische Kurve mit zusätzlicher bleibender Verschiebung, an die sich ein nahezu linearer Verlauf anschließt. Ein solcher Kraft-Verschiebungs-Verlauf entspricht dem schon in Abb. 3.5 beispielhaft dargestellten typischen Ergebnis aus Versuchen. Durch die verschiedenen Parameter ergeben sich bei den Versuchen allerdings Kraft- und Verschiebungswerte von unterschiedlicher Größe.

## 4.2 Quasistatische Experimente an Stahlrohren

Für die Versuche an Stahlrohren standen lange, längsnahtgeschweißte Stahlrohre mit einem Durchmesser zwischen 406,4 und 1220 mm sowie einer Wanddicke zwischen 11,8 und 19,1 mm zur Verfügung. Der Werkstoff dieser Rohre war X52 bis X70 nach dem amerikanischen Standard für Hochdruckleitungsrohre API 5L [93] sowie GRS 550 TM nach DIN 17 172 [94]. Die Länge des Beulwerkzeugs lag zwischen 36 und 60 mm. Die Rohre lagen teilweise ohne Innendruck vor, teilweise wurden sie durch Wasser mit Innendruck beaufschlagt. Für diese Versuche unter Innendruck wurden die beiden Rohrenden mit Halbkugelböden dicht geschweißt. Der Rohrkörper war frei aufliegend gelagert. Um einen Einfluss der Längsschweißnaht der Stahlrohre auf das lokale Einbeulverhalten auszu-

schließen, wurde diese in die 3<sup>00</sup> Uhr-Lage gelegt (siehe Abb. 4.6). Dabei bedeutet die 12<sup>00</sup> Uhr-Lage den höchsten Punkt des Rohres bzw. den Ort der Krafteinleitung und die 6<sup>00</sup> Uhr-Lage den niedrigsten Punkt des Rohres bzw. den Bereich des Auflagers. Die Versuche an den Stahlrohren wurden mit demselben Versuchsaufbau und derselben Druckprüfmaschine durchgeführt wie die Versuche an Platten. Die Belastungsgeschwindigkeit wurde wie bei den Versuchen an Platten gewählt. Die Parameter der Beulversuche an Stahlrohren sind in Anhang 4 aufgelistet.

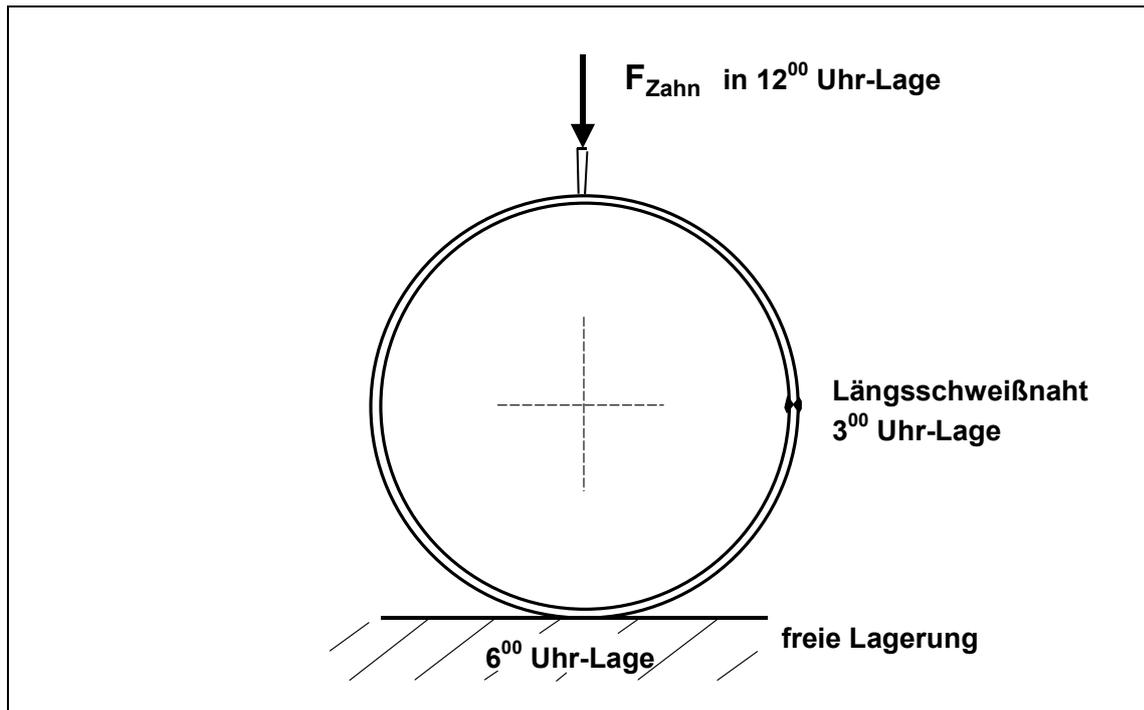


Abb. 4.6: Versuchsaufbau für Belastung des Rohres durch das Beulwerkzeug (schematisch)

Die radial nach innen gerichtete Belastung erfolgte in der Mitte der Rohrlänge durch das Beulwerkzeug (Abb. 4.7). Die Länge der Versuchsrohre  $L$  wurde auf den Wert von mindestens  $L \approx 5D$  gewählt. Die Durchmesser der Rohrenden wurden - um jeweils 90° versetzt - vor und nach den Versuchen vermessen, um eine bleibende Verschiebung der Enden zu erkennen. Wie auch bei den Versuchen an Platten erfolgte bei allen Experimenten mit Rohren ebenfalls eine mehrfache Entlastung, um die jeweilige elastische Rückfederung zu ermitteln. In den Abbildungen 4.8 und 4.9 ist beispielhaft für die Geometrie einer bleibenden Einbeulung die Rohraußen- und die Rohrinneenseite des eingebeulten Rohrs aus Versuch IRL004s dokumentiert. Exemplarisch ist in Abb. 4.10 der gemessene Kraft-Verschiebungs-Verlauf des Versuchs am Rohr mit dem Durchmesser von 610 mm und der Wanddicke von 19,1 mm aus dem Werkstoff X52, Innendruck von 0 MPa (Versuch IRL004s) abgebildet. Zusätzlich ist das Ergebnis des Versuches DN1200-2 mit dem Durchmesser von 1220 mm, der Wanddicke von 16,8 mm aus Werkstoff GRS 550 TM mit einem Innendruck von 0,5 MPa dargestellt.

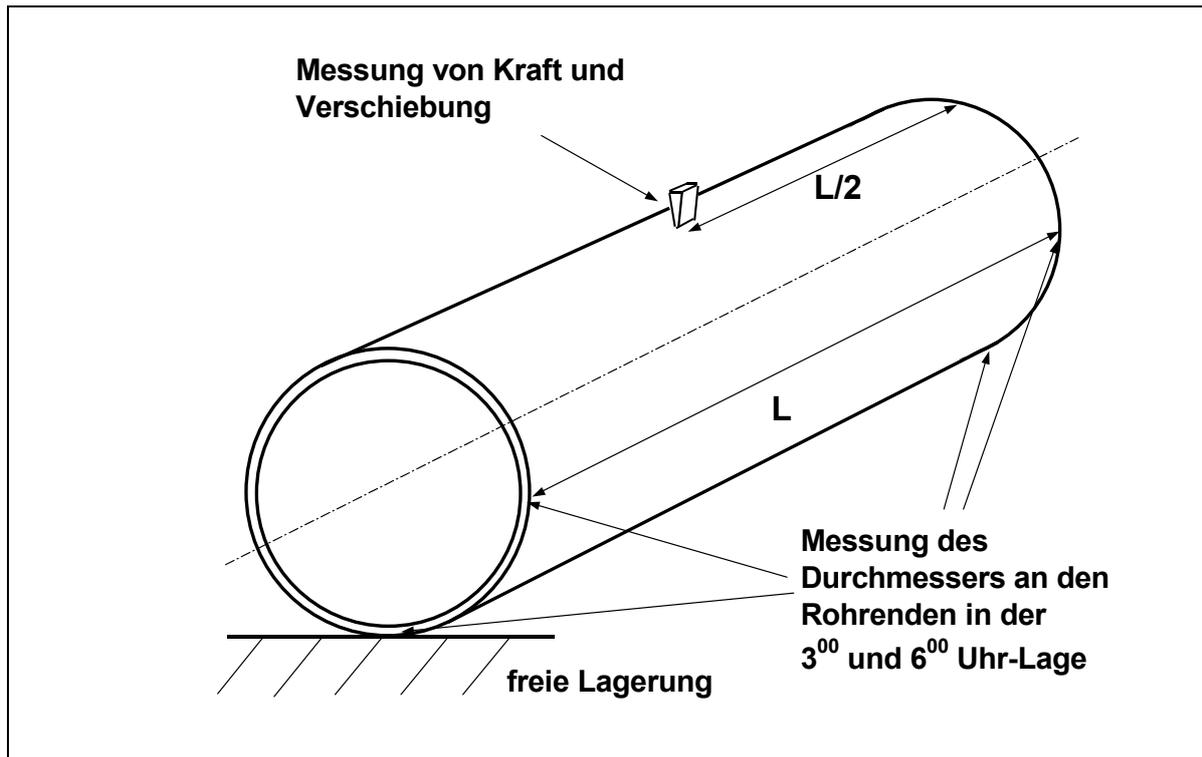


Abb. 4.7: Versuchsaufbau für mittige Belastung des Rohres durch das Beulwerkzeug

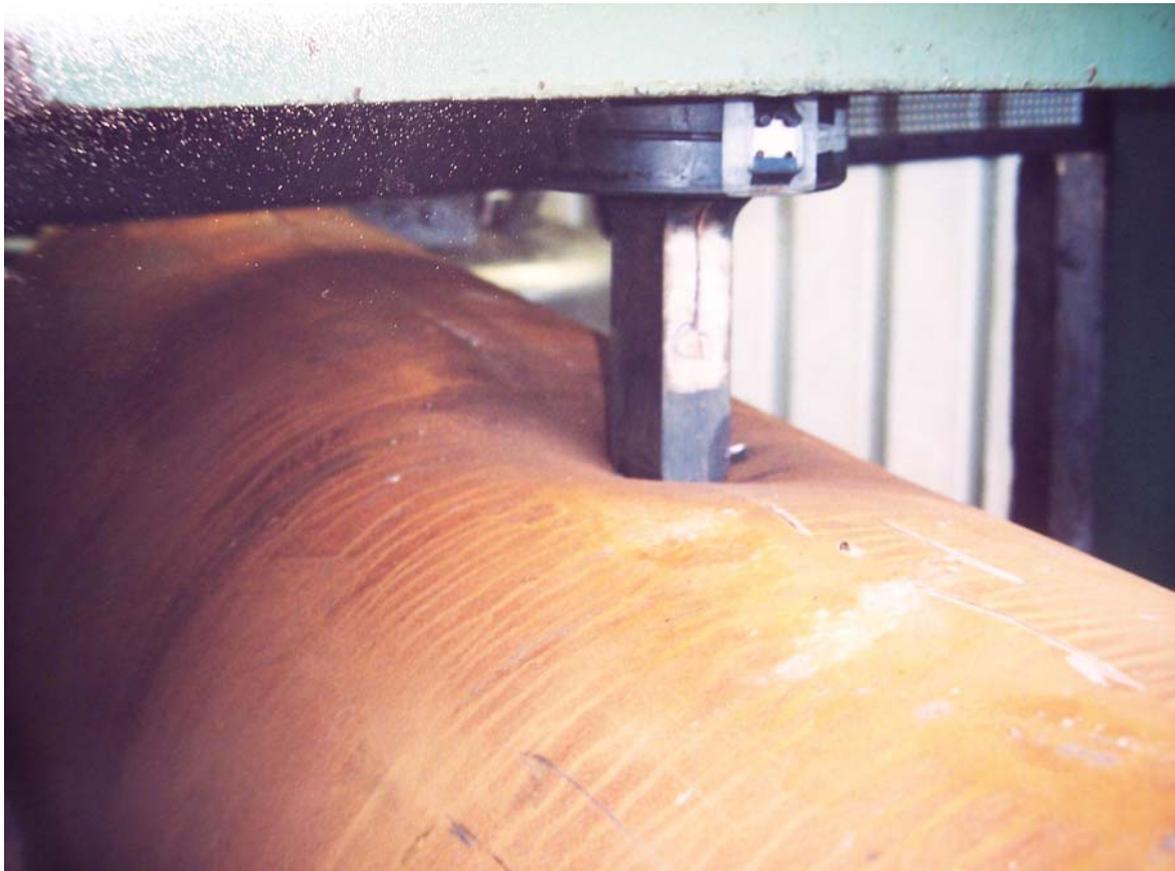


Abb. 4.8: Bleibend gebeultes Rohr mit Beulwerkzeug (Ansicht von außen, Versuch IRL004s)

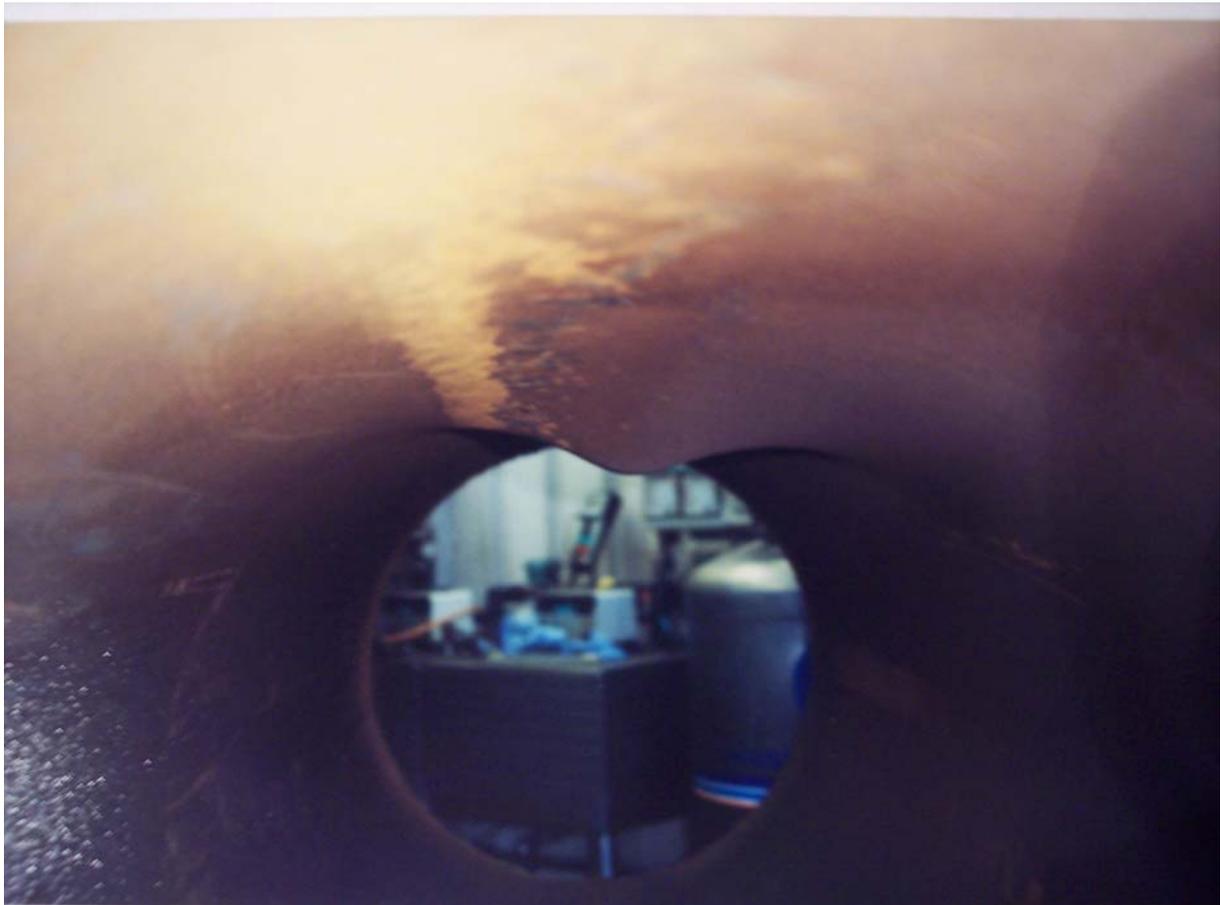


Abb. 4.9: Bleibend gebeultes Rohr (Ansicht von innen, Versuch IRL004s)

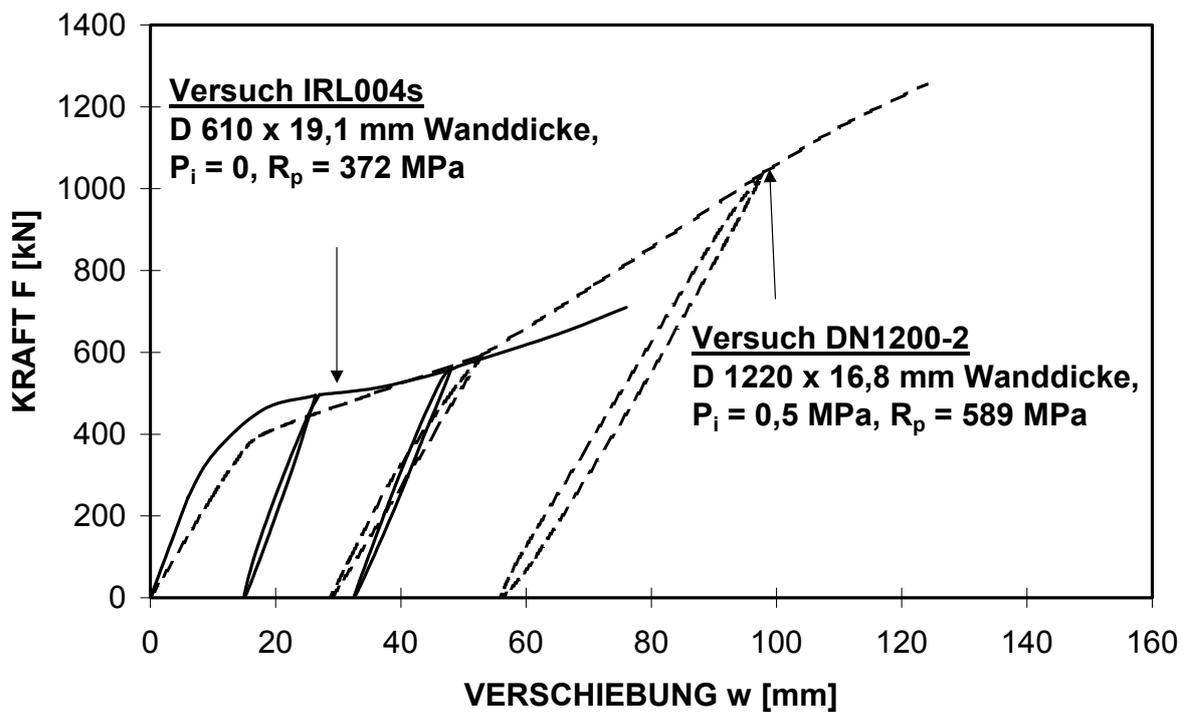


Abb. 4.10: Ermittelter Kraft-Verschiebungs-Verlauf der quasistatischen Beulversuche IRL004s und DN1200-2

Die gemessenen Kraft-Verschiebungs-Kurven der Versuche an Stahlrohren verlaufen qualitativ ähnlich wie die Ergebnisse der Versuche an Platten (siehe Abb. 4.5 und 4.10). Aufgrund der verschiedenen gewählten Versuchsparameter ergaben sich allerdings wie bei den Versuchen an Platten voneinander abweichende Werte von Kraft und Verschiebung.

Aus den ermittelten quasistatischen Kraft-Verschiebungs-Verläufen werden nachfolgend charakteristische Punkte definiert, die die Basis für weitere Betrachtungen bilden.

### 4.3 Ergebnisse der quasistatischen Experimente

Alle Kraft-Verschiebungs-Kurven aus den Versuchen an Platten und Stahlrohren zeigen einen qualitativ ähnlichen Verlauf (siehe Abb. 4.5 und 4.10). Dieser Verlauf kann im Wesentlichen durch 6 charakteristische Punkte beschrieben werden. Er ist geprägt durch einen linearen Anstieg mit elastischer Verschiebung bis zum Erreichen erster bleibender Verschiebung an der Außenfaser der Wand. Dieser Punkt wird definiert als elastischer Grenzpunkt  $P_{0,e}$  mit den Koordinaten  $w_{0,e}$  und  $F_{0,e}$  (siehe Abb. 4.11). Bei weiterer Kraftzunahme flacht die Kurve zunehmend ab und nähert sich einem parabolischen Verlauf an. Dieser parabolische Verlauf geht dann bei noch höherer Kraft in einen nahezu linearen Verlauf über. Ein solcher Kraft-Verschiebungs-Verlauf wurde schon in Abb. 3.5 für die Verschiebung der Kreisplatte dargestellt. Bei Entlastung folgt eine elastische Rückfederung. Die nachfolgende Belastung ergibt eine Hystereseschleife mit einer linearen Steigung zwischen Anfangs- und Endpunkt. Die Steigung dieser Belastung liegt nahezu parallel zur elastischen Ausgangssteigung. Die elastische Steigung  $m_0$  wird bestimmt mit

$$m_0 = F_{0,e}/w_{0,e} \quad (4.1)$$

Der idealisierte Grenzpunkt  $P_0$  wird definiert als Schnittpunkt der linearen Extrapolation der elastischen Steigung und der parabolischen Extrapolation des bleibendem Kraft-Verschiebungs-Verlaufs. Zur Bestimmung des Verlaufs der bleibenden Verschiebung werden zusätzlich die Koordinaten der vier Hilfspunkte  $P_1$ ,  $P_2$ ,  $P_3$  und  $P_4$  ermittelt. Diese Hilfspunkte werden definiert durch folgende Bedingungen: Der Hilfspunkt  $P_1$  ist die Stelle der Kurve, an der die Krümmung den Wert Null annimmt. Hier liegt ein Wendepunkt vor. Von diesem Punkt der Kurve aus wird auf den Grenzpunkt  $P_0$  rückwärts parabelförmig extrapoliert. Mit Punkt  $P_1$  beginnt ein parabelförmiger Verlauf der bleibenden Verschiebung bis zu Punkt  $P_3$ . Die Kraftkoordinate des Hilfspunkts  $P_2$  liegt genau in der Mitte zwischen den Kraftkoordinaten der Punkte  $P_1$  und  $P_3$ . Von Punkt  $P_3$  bis zum Punkt  $P_4$  lässt sich der Verschiebungsverlauf mit einer linearen Steigung approximieren. Mit dem Punkt  $P_4$  erfolgt in der Regel das Durchstoßen der Rohrwand. Ein abflachender Verlauf der Kurve oberhalb des Punktes  $P_4$  (gestrichelte Linie) kann nur bei sehr biegeweichen Rohren ohne oder mit sehr niedriger Innendruckbeanspruchung auftreten. Dieser Bereich wurde nicht betrachtet, da hier schon eine sehr große bleibende Verschiebung vorliegt, die frühzeitig unter schwelender

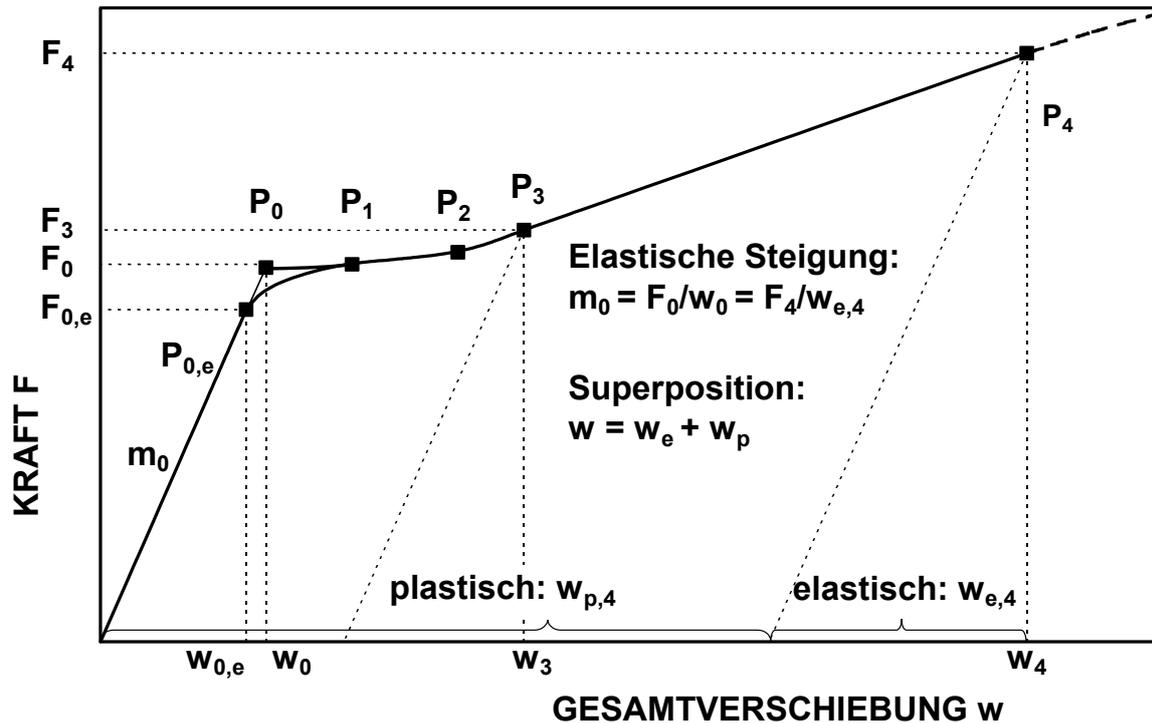


Abb. 4.11: Idealisierter Kraft-Verschiebungs-Verlauf von Platten und Rohren unter einer Einzellast mit Superposition von elastischer und plastischer Verschiebung

Innendruckbelastung versagt. Den Diagrammen wurden die Koordinaten des elastischen Grenzwertes  $P_{0,e}$  ( $w_{0,e}$  und  $F_{0,e}$ ), des Grenzwertes  $P_0$  ( $w_0$  und  $F_0$ ) sowie der Hilfspunkte  $P_1$  bis  $P_4$  ( $w_1$  bis  $w_4$  und  $F_1$  bis  $F_4$ ) entnommen. Für die vier Hilfspunkte  $P_n$  (mit  $n=1,2,3,4$ ) lässt sich der bleibende Anteil der Beultiefe  $w_{p,n}$  durch Subtrahieren des elastischen Anteils  $w_{e,n}$  von der Gesamtverschiebung  $w_n$  bestimmen. Dies erfolgt mit der Berechnung des elastischen Anteils allgemein für die Kraft  $F$  oberhalb der Grenzkraft  $F_0$  nach Gl. (4.1). Das Ergebnis ist idealisiert in Abb. 4.12 gezeigt.

Weitere Ergebnisse aus quasistatisch durchgeführten Beulversuchen an Stahlrohren - dabei teilweise Bauteilversuchen mit Baggern - wurden eigenen Arbeiten [95] sowie der Literatur [1, 96] entnommen. Diese Versuchsparameter sind in Anhang 4 aufgelistet.

Ausgewertet wurden insgesamt die Kraft-Verschiebungs-Kurven aus 110 Versuchen. Über den kompletten Verlauf betrachtet wurden 88 dieser 110 Versuche. Bei den übrigen 22 Versuchen (mit der Bezeichnung BG oder \* in Anhang 4) wurde für die Auswertung nur die Grenzkraft  $F_0$  und der bleibende Verlauf der Verschiebung  $w_p$  berücksichtigt. Die Begründung dafür ist im geringfügig geänderten Verhalten für den elastischen Verschiebungsbereich zu finden. Dies resultiert im Vergleich zum freigelagerten Rohr aus geänderten Geometrieverhältnissen von den 15 Versuchen an zur Hälfte eingedeten Rohren sowie von den 7 Versuchen an frei gelagerten Platten.

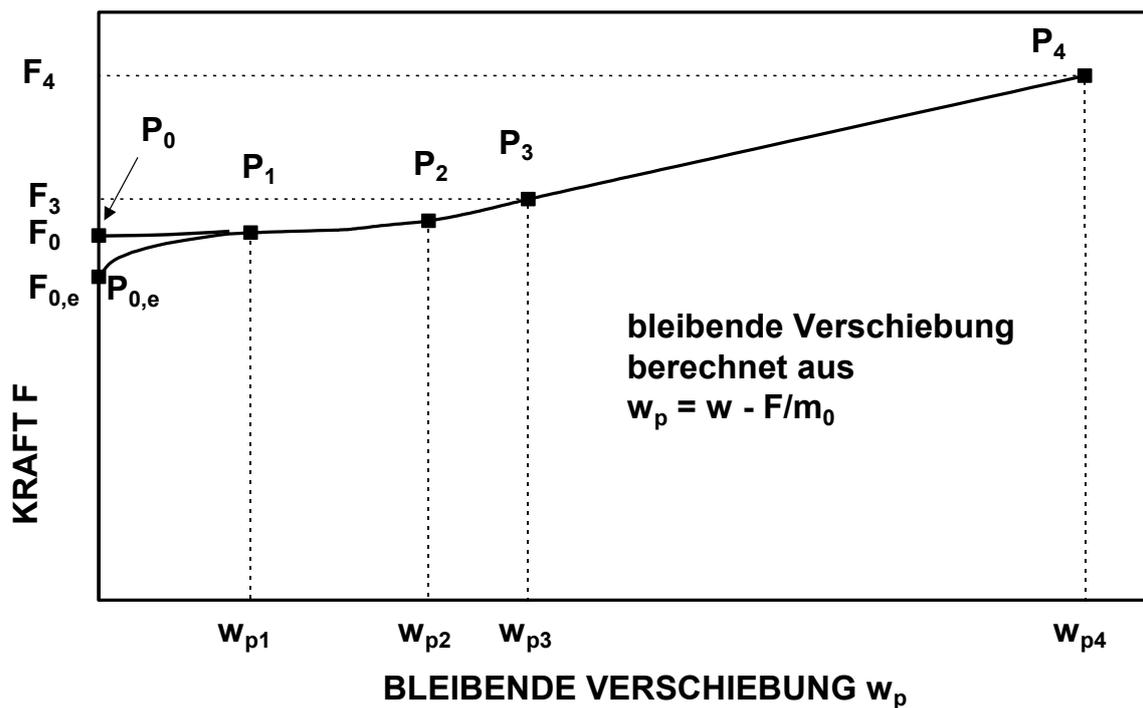


Abb. 4.12: Extrahierter bleibender Anteil  $w_p$  der Gesamtverschiebung  $w$  von Platten und Stahlrohren unter einer Einzellast (idealisiert)

Der weite Bereich der Parameter der insgesamt 88 komplett ausgewerteten und statisch durchgeführten Beulversuche ist in Tab. 4.1 zusammengetragen. Der große Bereich der Versuchsparameter Durchmesser und Wanddicke, das Durchmesser-Wanddicken-Verhältnis  $D/s$  und die auf die Streckgrenze bezogene Umfangsspannung  $\sigma_u$  ist in den Abb. 4.13 und 4.14 graphisch dargestellt. Die Versuche geben repräsentativ den Parameterbereich von üblichen Stahlrohren für Hochdruckleitungen wieder.

Für den elastischen Grenzpunkt  $P_{0,e}$  wurden Kraftwerte  $F_{0,el}$  von 10 bis 305 kN sowie Werte für die elastische Verschiebung  $w_{0,e}$  von 0,7 bis 14,8 mm gemessen. Die Messwerte für die Kraft  $F_0$  sowie die Verschiebung  $w_0$  im Grenzpunkt  $P_0$  lagen zwischen 15,6 und 560 kN sowie 3,0 und 24,0 mm. Die Werte für den bleibenden Verlauf mit linearer Steigung der Verschiebung von  $P_3$  bis zu  $P_4$  wurden für die bleibende Verschiebung  $w_{p,4}$  zwischen 24,1 und 155 mm sowie für die Kraft  $F_4$  zwischen 60,35 und 1763 kN ermittelt.

Die Messung der zwei um  $90^\circ$  versetzten Durchmesser an den Rohrenden vor und nach der Belastung zeigte keine oder nur eine vernachlässigbar kleine Änderung der Werte. Daher kann die Rohrlänge für eine lokale Betrachtung ohne einen Einfluss für den Bereich der Krafteinleitung als ausreichend groß betrachtet werden.

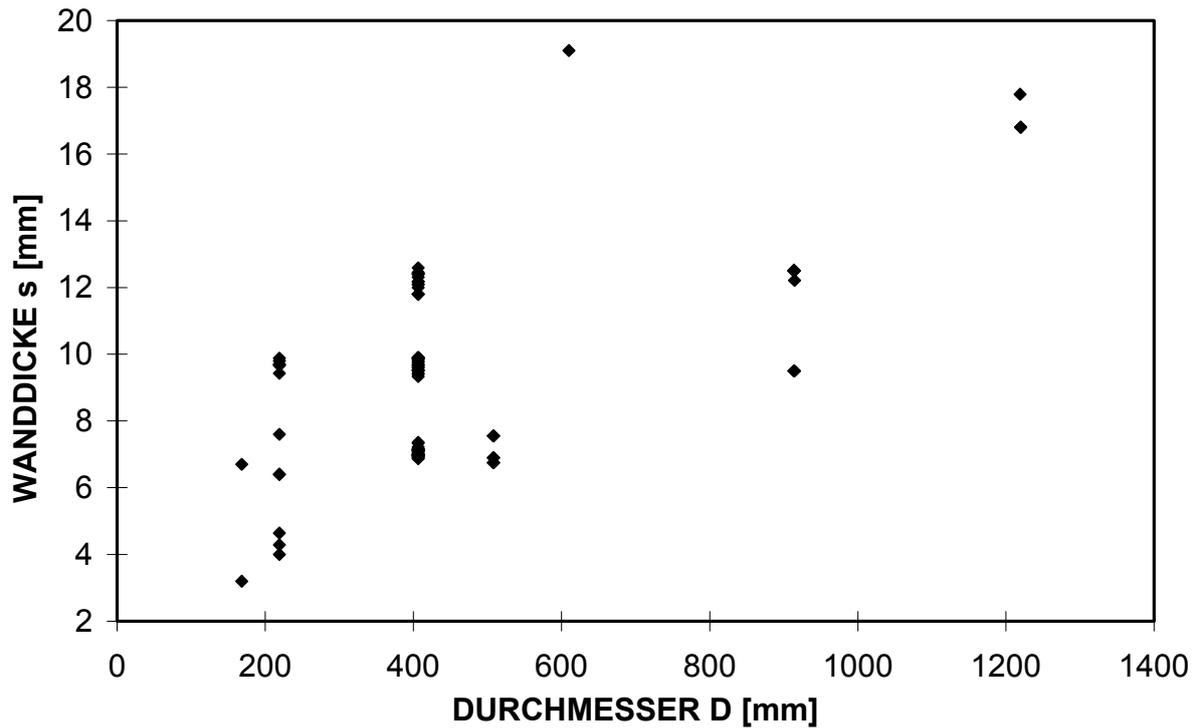


Abb. 4.13: Parameterbereich von Wanddicke  $s$  und Durchmesser  $D$  der ausgewerteten Beulversuche an Stahlrohren

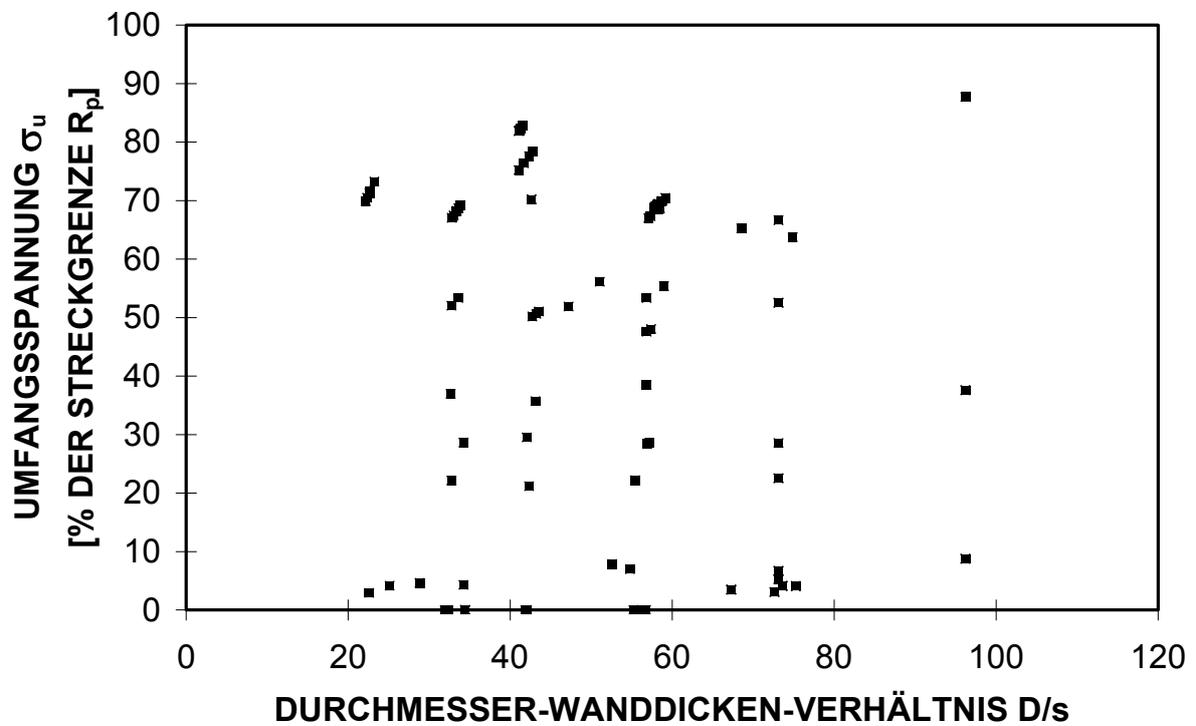


Abb. 4.14: Parameterbereich von Umfangsspannung  $\sigma_u$  und Rohrgeometrie  $D/s$  der ausgewerteten Beulversuche an Stahlrohren

Versuchsparameter	D [mm]	s [mm]	D/s [%]	R <sub>p</sub> [MPa]	R <sub>m</sub> [MPa]	P <sub>i</sub> [MPa]	σ <sub>u</sub> (P <sub>i</sub> )/R <sub>p</sub> [%]	L <sub>L</sub> [mm]
Minimum	168,3	3,2	22	272	413	0	0	15
Maximum	1220	19,1	96	589	703	20,5	88,9	120

Tab. 4.1: Bereich der Versuchsparameter bei quasistatischer Belastung

Bei allen quasistatisch durchgeführten Versuchen verliefen die Kraft-Verschiebungs-Kurven streng monoton steigend. Es trat kein wie in der Literatur beschriebenes instabiles Verschiebungsverhalten (siehe Anhang 3) auf, obwohl der dimensionslose Geometrieparameter  $\rho$  nach Morris und Calladine mit Werten zwischen 0,5 und 2,5 (berechnet aus  $\frac{1}{4} (L_L \cdot L_T)^{0,5}$ ) auf ein solches Verhalten hinweist.

Die Koordinaten der charakteristischen Punkte entsprechend Abb. 4.11 und 4.12 sind für die durchgeführten Versuche in Anhang 5 zusammengefasst. Mit den ermittelten Koordinaten für die charakteristischen Punkte  $P_{0,e}$ ,  $P_0$  und  $P_4$  werden in Kap. 6 die in der Literatur vorhandenen Lösungsmodelle statistisch ausgewertet. Dabei soll geprüft werden, ob die gemessenen Punkte durch die Literaturlösungen gut wiedergegeben werden und welches die Literaturlösung mit der besten Übereinstimmung ist. Die Daten dienen in Kap. 7 als Basis für das eigene verbesserte Modell zur Beschreibung des quasistatischen Kraft-Verschiebungs-Verlaufs.

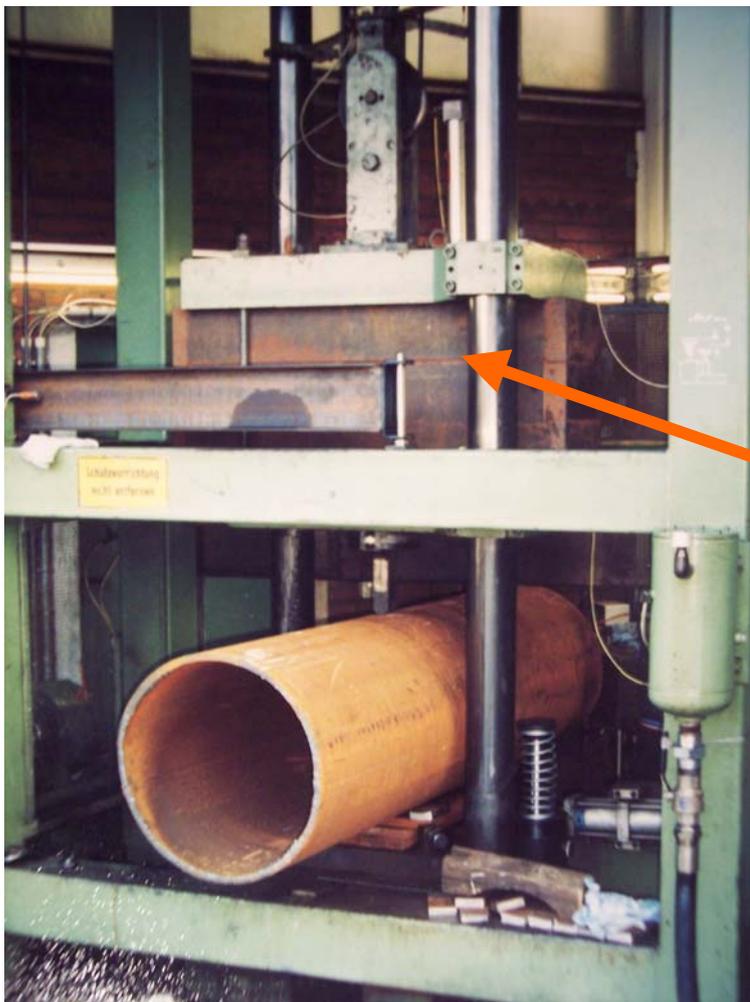
#### 4.4 Experimente zur Ermittlung des dynamischen Einbeulverhaltens

Zur Simulation des fallenden Baggerarms mitsamt Schaufel und Baggerzahn wurden 7 Beulversuche unter Stoßbeanspruchung in einem Fallwerk mit einer maximalen kinetischen Fallenergie von 70 kJ durchgeführt (siehe Abb. 4.15). Durch die Variation der Ausgangshöhe der senkrecht frei fallenden Masse  $M_G$  von 2,75 t ergab sich jeweils eine Belastungsgeschwindigkeit  $V_0$  beim Aufprall auf das Rohr zwischen 1,3 und 6,9 m/s. Die Kraftmessung erfolgte über ein mit Dehnmessstreifen instrumentiertes Beulwerkzeug (siehe Abb. 4.3), wie es teilweise auch bei den quasistatischen Versuchen verwendet wurde. Um dynamische Effekte genügend genau erfassen zu können, wurde für die Messwerte der zeitliche Abstand  $\Delta t$  zu maximal 0,1 ms festgelegt. Der Aufprall des Beulwerkzeugs auf das Rohr wurde als zeitlicher Nullpunkt mit  $t_0=0$  definiert.

Für die dynamisch durchgeführten Versuche wurden Rohre mit einem Durchmesser  $D$  von 406,4 und 610 mm und einer Wanddicke  $s$  von 11,8 bis 19,1 mm aus den Werkstoffen X52 und X60 nach API 5L [93] verwendet. Die innendrucklosen, an den Enden offenen Rohre wurden wie bei den quasistatisch durchgeführten Versuchen frei aufliegend gelagert. Dabei

griff das instrumentierte Beulwerkzeug radial nach innen gerichtet in der Mitte der Rohrlänge ein. Die Längsrichtung des Beulwerkzeugs war parallel zur Längsachse des Rohrs orientiert.

Die Experimente wurden an Stahlrohren mit einer Rohrlänge von etwa  $L \approx 4D$  durchgeführt. Die Messung des jeweils um  $90^\circ$  versetzt gemessenen Durchmessers an den Rohrenden vor und nach den Versuchen zeigte Abweichungen, die kleiner als 0,005% des Durchmessers und somit vernachlässigbar klein waren. Daher kann die Rohrlänge für die lokale Betrachtung im Bereich der Krafteinleitung als ausreichend groß betrachtet werden. Die bleibende Verschiebung  $w_p$  wurde nach den Versuchen in der Mitte der Beule mit Schieblehrgenauigkeit ausgemessen.



geführte frei fallende  
Masse  $M_G$  von 2,75 t  
mit  
maximaler Fallenergie  
von 70 kJ

Abb. 4.15: Fallwerk für die dynamische Belastung des Stahlrohrs durch das Beulwerkzeug

Bei den dynamischen Versuchen wurden jeweils der Verlauf der Kraft  $F$  als Funktion der Zeit  $t$  ermittelt. Der gemessene Kraft-Zeit-Verlauf des Versuchs IRL001d ist beispielhaft in Abb. 4.16 dargestellt. Hier ist der stark schwingende Verlauf der Kraftwerte über der Zeit zu erkennen, der aus der dynamischen Kraftwechselbeziehung von Rohr und Baggerzahn herrührt. Die in Abb. 4.16 eingezeichnete Schwingungsdauer  $\tau$  liegt für diesen Versuch bei etwa 4 ms.

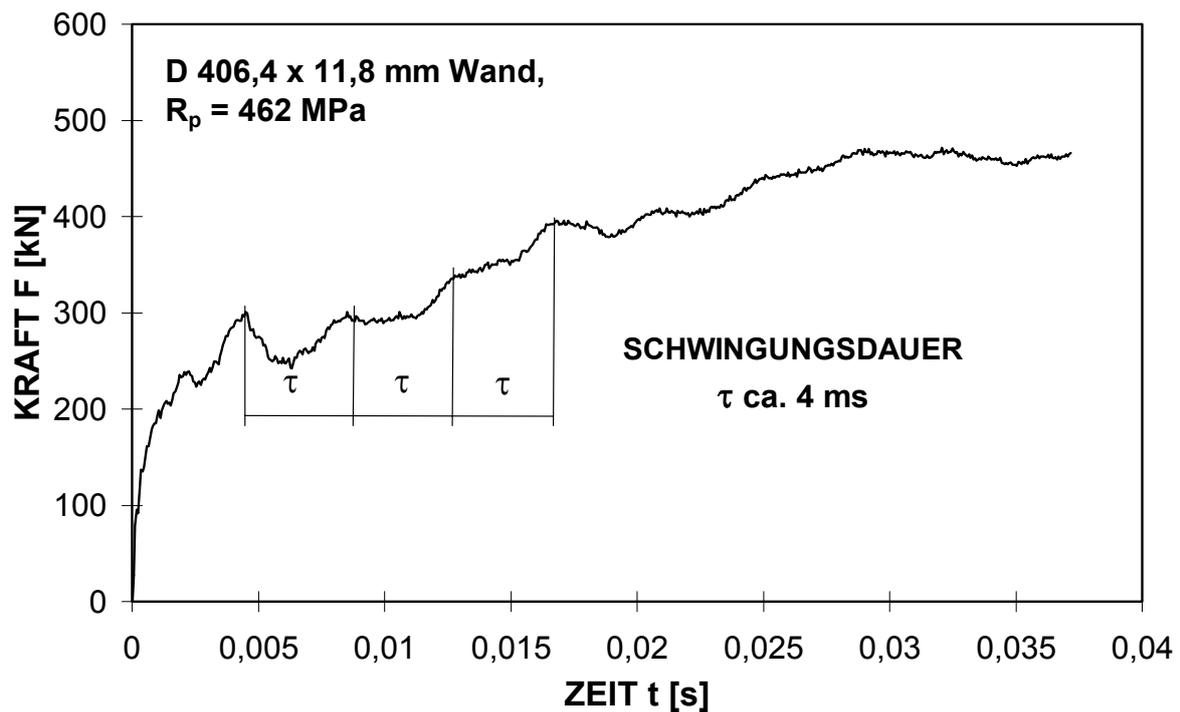


Abb. 4.16: Dynamisch durchgeführter Beulversuch, Versuch IRL001d

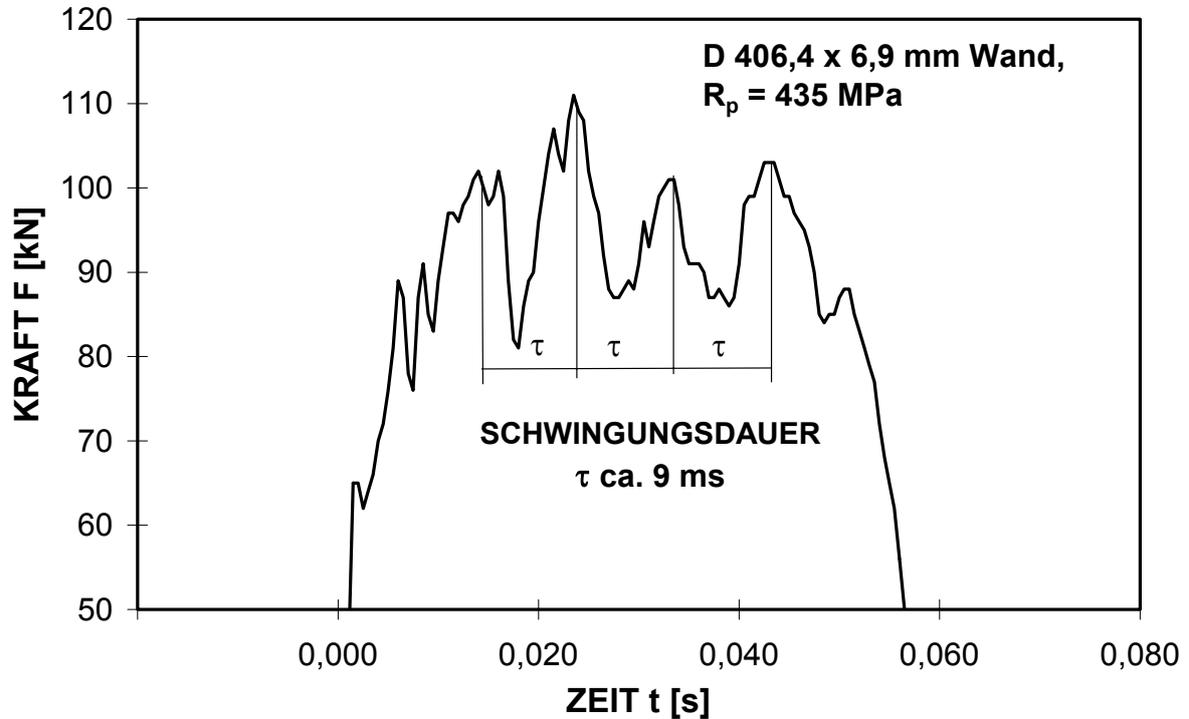


Abb. 4.17: Oszillation der Kraft beim dynamisch durchgeführten Beulversuch PAX13000 im Bereich des Kraftmaximums

Weiterhin wurden die Ergebnisse aus 43 Bauteilversuchen mit Baggern der Literatur entnommen [1]. Infolge der dynamischen Belastung des Rohres durch den Baggerzahn mitsamt der Schaufel und dem Baggerarm erfolgt beim dynamischen Aufprall ebenfalls eine stark schwingende Belastungsantwort. Solche Schwingungen der Kraftwerte sind in Abb. 4.17 exemplarisch für den Versuch PAX13000 gezeigt. Der Bereich des Kraftmaximums während des Aufsetzvorgangs von Baggerschaufel und -zahn ist hier mit vergrößertem Maßstab dargestellt. Da die Messwerte für die Kraft stark oszillieren, kann die tatsächliche Höhe der anliegenden Kraft nicht direkt bestimmt werden.

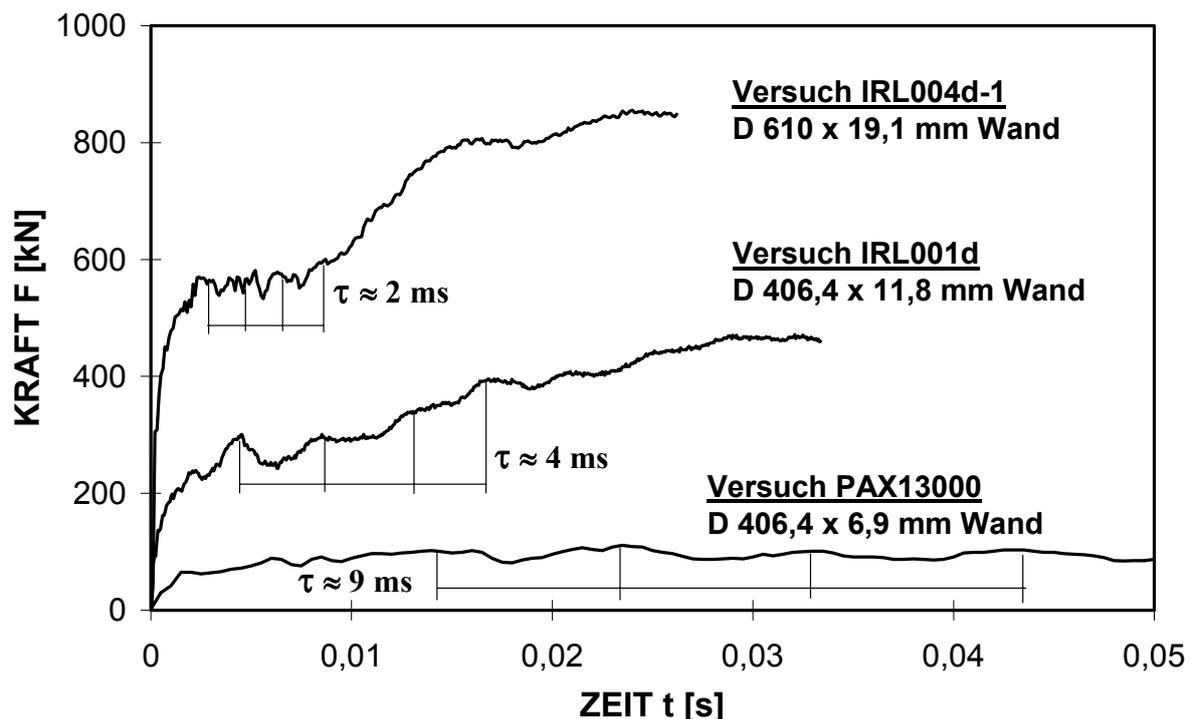


Abb. 4.18: Oszillation der Kraft und Schwingungsdauer von dynamisch durchgeführten Beulversuchen an Rohren mit unterschiedlicher Wanddicke

Durch die unterschiedlichen Versuchsparameter ergaben sich Kraft-Zeit-Verläufe mit voneinander abweichenden Werten für Kraft und Zeit. So sind beispielsweise in Abb. 4.18 zusätzlich zu dem Versuch PAX13000 mit einer Wanddicke von 6,9 mm aus Abb. 4.17 die Ergebnisse von dickwandigen Rohren mit einer Wanddicke von 11,8 bzw. 19,1 mm (Versuche IRL001d und IRL004d-1) dargestellt. Dieser Vergleich zeigt stellvertretend für die steiferen Rohre mit einer größeren Wanddicke einerseits höhere Werte für die gemessene Maximalkraft, andererseits ergeben sich niedrigere Werte für die Schwingungsdauer  $\tau$ . Bei den dynamisch durchgeführten Bauteilversuchen mit Baggern wurden hauptsächlich Kraft-Zeit-Verläufe ermittelt (Abb. 4.17), teilweise wurden zusätzlich Kraft-Verschiebungs-Verläufe gemessen. Exemplarisch ist ein solcher Kraft-Verschiebungs-Verlauf in Abb. 4.19 für den Versuch 406\_NT2 gezeigt. Bei diesen Bauteilversuchen mit Baggern wurde für Energiebetrachtungen die Geschwindigkeit des Baggerzahns  $V_0$  zum Zeitpunkt des Aufpralls  $t_0$  über Videoaufnahmen ermittelt. Hier ergaben sich Werte für  $V_0$  von 2,4 bis 5,2 m/s (während bei den Fallwerkversuchen Werte für die Geschwindigkeit zwischen 1,3 und 6,9 m/s aus der

Fallhöhe berechnet wurden). Für die gleiche Fallhöhe lag die Geschwindigkeit beim Aufprall bei den Versuchen mit Baggern höher als bei den Fallwerkversuchen. Dies liegt daran, dass bei der dynamischen Belastung mit Baggern der Arm mitsamt Schaufel und Zahn zusätzlich zum freien Fall noch hydraulisch beschleunigt wurde, dass gilt

$$V_0 = \int_{t_{\text{Fall}}}^{t_0} (a_{\text{hydr.}} + g) dt \quad (4.2)$$

Für die hydraulische Beschleunigung  $a_{\text{hydr.}}$  ergaben sich hier Werte bis zum 2,7-fachen der Erdbeschleunigung  $g$ .

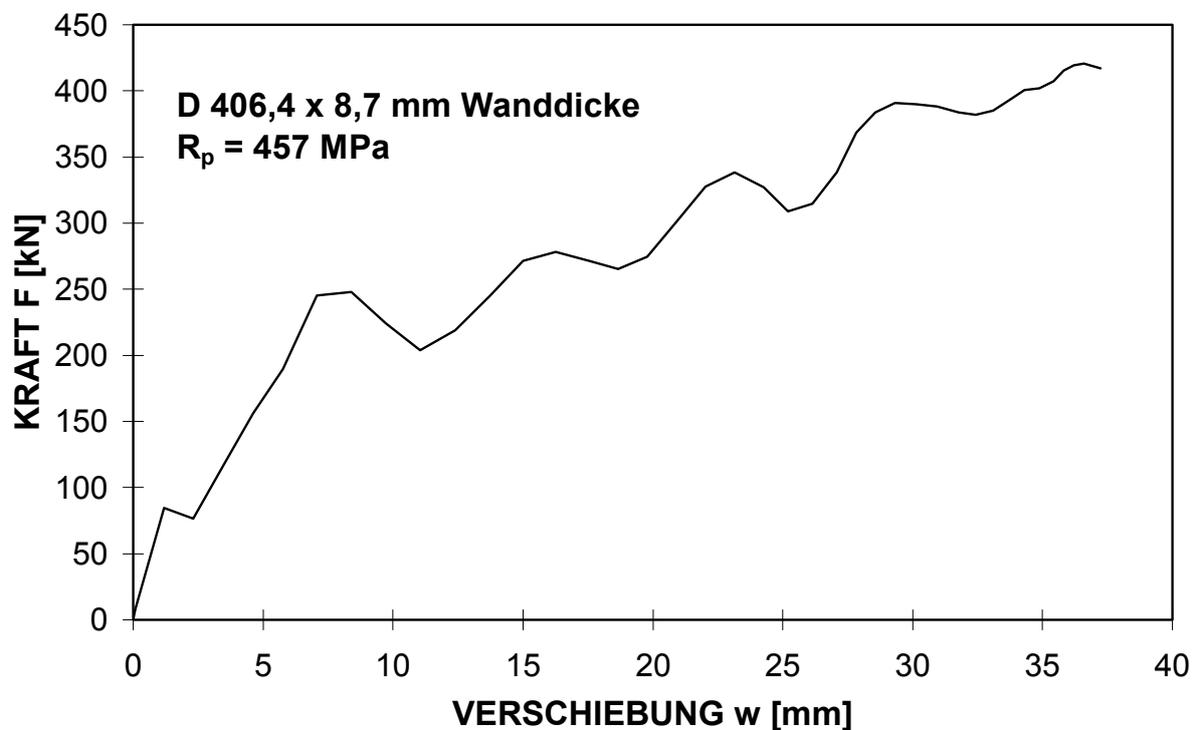


Abb. 4.19: Kraft-Verschiebungs-Verlauf für den dynamisch durchgeführten Bauteilversuch Nr. 406\_NT2

Der Bereich der Versuchsparameter sämtlicher dynamisch durchgeführter Beulversuche ist in Tab. 4.2 angegeben. Dieser Bereich ist nahezu so groß wie für die quasistatischen Experimente aus Tab. 4.1.

Versuchsparameter	D [mm]	s [mm]	D/s [%]	R <sub>p</sub> [MPa]	R <sub>m</sub> [MPa]	P <sub>i</sub> [MPa]	σ <sub>u</sub> (P <sub>i</sub> )/R <sub>p</sub> [%]	L <sub>L</sub> [mm]	M <sub>G</sub> [kg]	V <sub>0</sub> [m/s]
Minimum	219,1	4,3	32	340	420	0	0	15	495	1,3
Maximum	1219,1	19,1	73	541	610	17,7	88,4	120	2870	6,9

Tab. 4.2: Bereich der Versuchsparameter bei dynamischer Belastung

Die Parameter der einzelnen Versuche sind in Anhang 6 aufgelistet.

#### 4.5 Auswertung der dynamischen Versuche

Die bei den dynamisch durchgeführten Versuchen gemessenen Kraft-Zeit-Verläufe können nicht direkt mit den quasistatischen Kraft-Verschiebungs-Verläufen verglichen werden. Daher werden nachfolgend die Kraft-Zeit-Verläufe durch die doppelte Integration der Kraft in Kraft-Verschiebungs-Verläufe umgerechnet. Die am Beulwerkzeug gemessenen, stark oszillierenden Kraftwerte lassen eine genaue Ermittlung der charakteristischen Punkte nicht zu. Aus diesem Grund erfolgt für den bleibenden Verschiebungsbereich weiterhin eine Glättung der oszillierenden Verläufe durch eine gleitende Mittelwertbildung. Zusätzlich wird der Bereich der elastischen Verschiebung durch lineare Regression geglättet. Mit diesem Vorgehen wird eine auswertbare Form der dynamisch ermittelten Kurven erzielt und ein qualitativer Vergleich der dynamisch ermittelten Kurven mit den quasistatisch gemessenen Verläufen möglich.

##### 4.5.1 Numerische Integration der Kraft-Zeit-Verläufe nach Newton

Bei den dynamisch durchgeführten Versuchen wurden statt Kraft-Verschiebungs-Verläufen vorwiegend Kraft-Zeit-Kurven ermittelt, da die Messung der Zeit üblicherweise einfacher zu messen ist als die Verschiebung. Die Berechnung von Kraft-Verschiebungs-Verläufen aus solchen Kraft-Zeit-Kurven erfolgt hier mit Hilfe der doppelten numerischen Integration der Messgröße Kraft als Funktion der Zeit. Nach Newton gilt für den hier betrachteten dynamischen Belastungsvorgang

$$M a(t) = F(t) \quad (4.3)$$

Hier bedeuten M die wirkende Masse und a(t) die zeitabhängige Beschleunigung. Aus der dynamischen Erregung durch ein Beulwerkzeug resultiert die Kraftantwort F(t) des gekoppelten Gesamtsystems von Werkzeug und dem verformten Rohr als Funktion der Zeit. Die Geschwindigkeit V(t) des Beulwerkzeugs ändert sich bei der lokalen Verschiebung der Rohrwand mit der Beschleunigung a(t) nach dem Zeitpunkt t<sub>0</sub> des Aufpralls nach [97] mit

$$V(t) = V(t_0) - \int_{t_0}^t a(t) dt \quad (4.4)$$

Dabei entspricht  $V(t_0)$  der Geschwindigkeit beim Aufprall zur Zeit  $t_0$ . Die Geschwindigkeit  $V(t)$  ergibt sich aus der ersten Ableitung der Verschiebung  $w$  nach der Zeit  $t$  mit  $V(t) = \partial w / \partial t = \dot{w}(t)$ . Die Beschleunigung  $a(t)$  ist die zweite Ableitung der Verschiebung  $w$  nach der Zeit  $t$  mit  $a(t) = \partial^2 w / \partial t^2 = \ddot{w}(t)$ . Aus der Beschleunigung  $\ddot{w}(t)$  und der wirkenden Masse eines Beulwerkzeugs resultiert nach Gl. (4.4) die Kraft  $F(t)$  mit

$$F(t) = M \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \quad (4.5)$$

Hieraus ergibt sich integriert über die Zeit für die Geschwindigkeit  $\dot{w}(t)$  des Beulwerkzeugs

$$\dot{w}(t) = \dot{w}(t_0) - \frac{1}{M} \int_{t_0}^t F(t) dt \quad (4.6)$$

Nach erneuter Integration lässt sich die zurückgelegte Verschiebung  $w(t)$  des Beulwerkzeugs ermitteln aus

$$w(t) = \int_{t_0}^t \left( \dot{w}(t_0) - \frac{1}{M} \int_{t_0}^t F(t) dt \right) dt \quad (4.7)$$

Errechnet sich die Geschwindigkeit  $\dot{w}(t)$  zu Null, wird mit der maximalen Kraft  $F_m$  auch die maximale Verschiebung  $w_m$  im Punkt  $P_m$  erreicht. Danach erfolgt die Rückfederung von Rohrwand mitsamt dem Baggerzahn. Die Berechnung der zurückgelegten Verschiebung anhand von Gl. (4.7) wird beispielsweise für die Bestimmung des Wegs beim instrumentierten Kerbschlagbiegeversuch verwendet [98, 99], sie kann allerdings näherungsweise auch auf den hier vorliegenden Belastungsfall übertragen werden. Die gemessenen Kraft-Zeit-Verläufe lassen sich mit Gl. (4.7) über die doppelte Integration direkt in Kraft-Verschiebungs-Verläufe umrechnen. Dabei kann die Integration über die Zeitabschnitte  $\Delta t$  beispielsweise numerisch nach der Trapezregel erfolgen [31]. Dieses Vorgehen ergab beispielsweise für Versuch IRL001d mit der frei fallenden Masse des Fallwerkes von  $M$  von 2,75 t aus der Höhe  $H$  von 0,80 m den in Abb. 4.20 dargestellten Kraft-Verschiebungs-Verlauf. Dabei wurde die Geschwindigkeit  $V(t_0)$  beim Aufprall aus

$$V(t_0) = \sqrt{2 g H} \quad (4.8)$$

zu 3,96 m/s berechnet. Hier wurde der Zeitpunkt des Aufpralls zu Null gesetzt (d.h.  $t_0 = 0$ ).

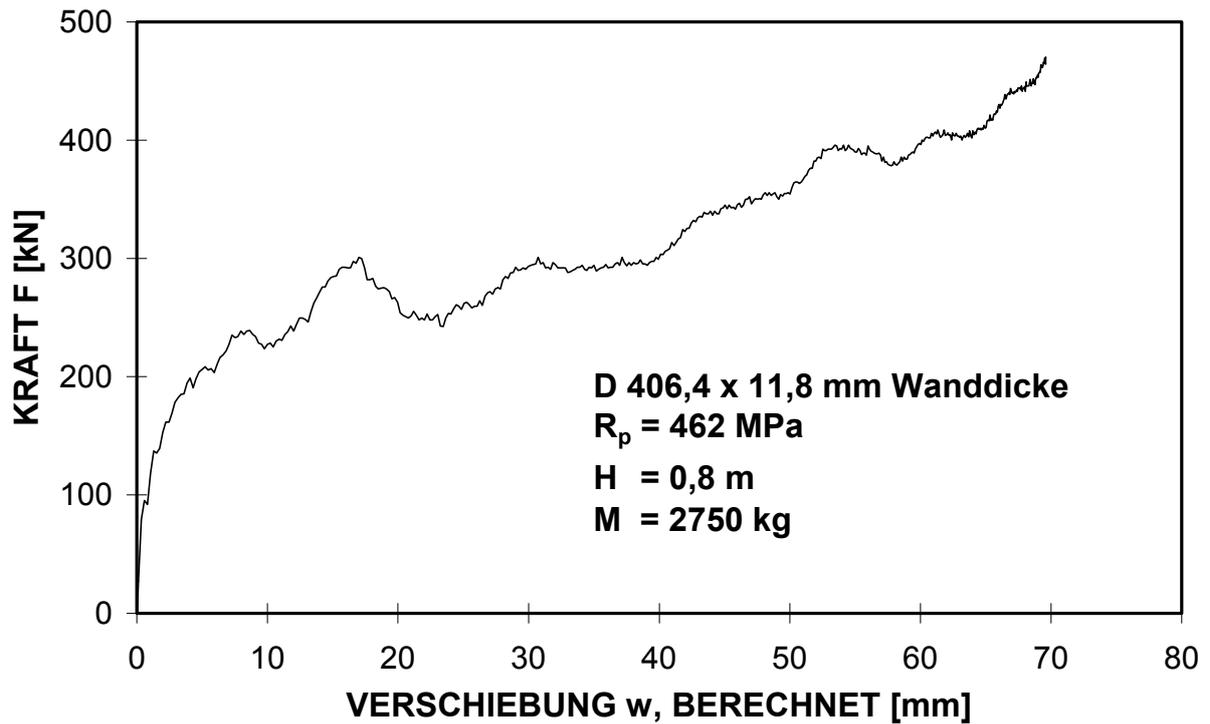


Abb. 4.20: Nach Gleichung (4.7) berechneter Kraft-Verschiebungs-Verlauf des Versuches IRL001d

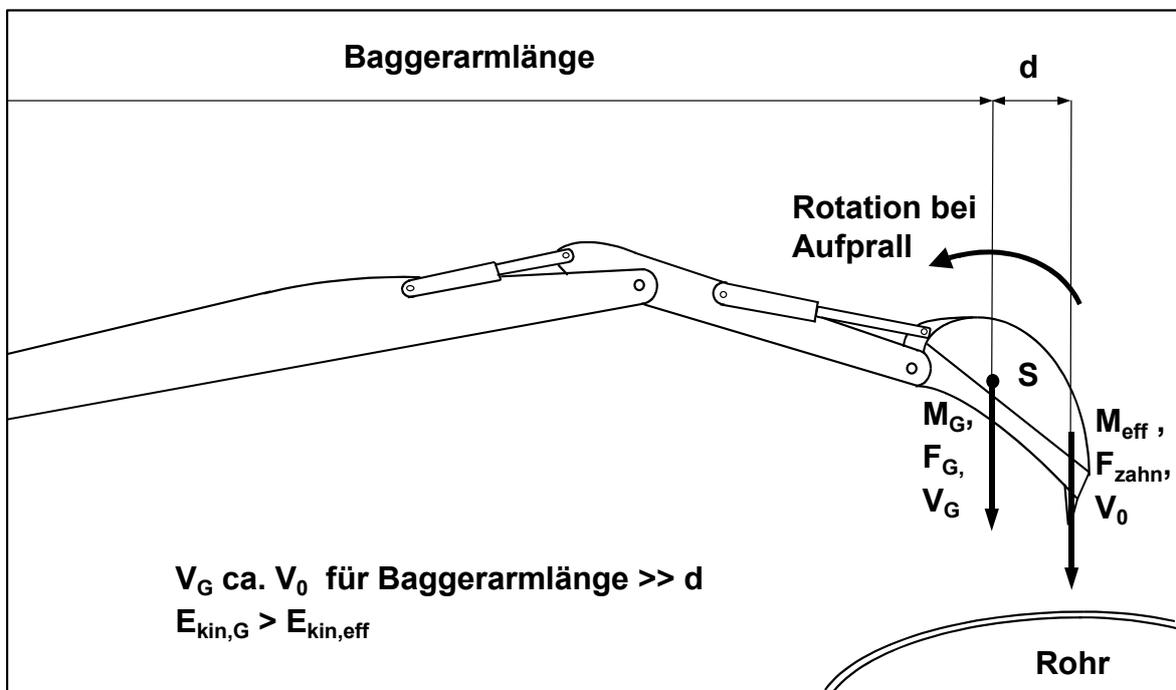


Abb. 4.21: Kräfteverteilung an Baggerschaufel und Baggerzahn

Die berechneten Kraft-Verschiebungs-Verläufe der Fallgewichtsversuche zeigen - bis auf die Schwingungen der Kraftwerte - ein qualitativ ähnliches Aussehen wie bei den gemessenen Verläufen unter quasistatischen Bedingungen.

Bei der Berechnung der Kraft-Verschiebungs-Verläufe von den Versuchen mit einem fallenden Baggerarm mitsamt Schaufel und Zahn, der teilweise zusätzlich hydraulisch beschleunigt wurde, stellt sich hier die Frage, wie groß der wirkende Anteil der Masse  $M$  aus Gl. (4.7) ist. Der Baggerzahn mitsamt der Schaufel und dem Baggerarm bilden im Gegensatz zum Fallwerk (siehe Abb. 4.15) oder zum Pendel beim Kerbschlagbiegeversuch ein komplexes Gebilde, welches während des Aufpralls nicht als Punktmasse betrachtet werden kann. So wird nämlich beim Beulvorgang nicht die gesamte vorhandene kinetische Energie  $E_{kin,G}$  der Baggerschaufel komplett in das Rohr abgeben. Dies liegt an einer Energieaufnahme des ‚Gesamtsystems Baggerarm‘ aus der elastischen Verbiegung des Baggerarms und an den nicht starren Hydraulikzylinder an der gelenkigen Lagerung von Baggerarm und Schaufel. Der Massenschwerpunkt  $S$  liegt nicht in der Wirklinie der Kraft  $F_{Zahn}$ , also nicht direkt am Baggerzahn (siehe Abb. 4.21), so dass eine geringfügige Rotation der Baggerschaufel zu einer Energieaufnahme führt. Die Geschwindigkeit  $V_G$  des Schaufelschwerpunkts und die Geschwindigkeit des Baggerzahns  $V_0$  zum Zeitpunkt des Aufpralls sind nahezu identisch, da die Rotation der Schaufel gering ist sowie die Baggerarmlänge viel größer als der Abstand  $d$  des Schwerpunkts zur Krafteinleitung ist (Abb. 4.21). Die Masse des Baggerarms geht in diese Betrachtung mit ein, wobei dieser Einfluss mit der Versteifung des Gesamtsystems zeitlich verspätet, erst nach elastischer Verbiegung des Baggerarms sowie nach der Setzung der Hydraulikzylinder wirkt.

Zur Berechnung des Kraft-Verschiebungs-Verlaufs mit Hilfe von Gl. (4.7) wird für den wirkenden Anteil der Masse nicht die Masse  $M_G$  im Schwerpunkt  $S$  verwendet, sondern es wird eine effektiv wirkende Masse  $M_{eff}$  mit einer dazugehörigen effektiven kinetischen Energie  $E_{kin,eff}$  eingeführt. Der aus der Kraft-Zeit-Kurve mit der effektiven Masse berechnete Kraft-Verschiebungs-Verlauf beim Einbeulen des Rohres muss einen näherungsweise deckungsgleichen Verlauf aufweisen wie der direkt gemessene Kraft-Verschiebungs-Verlauf desselben Versuchs. Die effektiv wirkende Masse  $M_{eff}$  wurde zuerst während des gesamten Einbeulvorgangs vereinfacht als konstant angenommen. Hierbei stellte sich heraus, dass sich für eine über den gesamten Verlauf konstante effektive Masse kein deckungsgleicher Verlauf von berechneten und gemessenen Werte ergab (siehe Anhang 7). Aus diesem Grund wurde eine effektive, sich zeitlich ändernde Masse bestimmt, die bis zum Versagen schrittweise in jeweils 10 Zeitabschnitten ermittelt wurde. Dabei muss sich ebenfalls ein näherungsweise deckungsgleicher Verlauf von berechnetem und gemessenem Kraft-Verschiebungs-Verlauf ergeben. Als effektive Masse  $M_{eff}$  wurde der Mittelwert des gesamten Plateaus definiert. In allen Versuchen, bei denen sowohl der Kraft-Verschiebungs-Verlauf als auch der Kraft-Zeit-Verlauf gemessen wurde, stellte sich bis zum Kraftmaximalwert beim Versagen ein Plateau der effektiven Masse mit konstantem oder sogar leicht sinkenden Werten ein. Dieser Maximalwert lag unter der tatsächlichen Masse der Baggerschaufel. Nur bei zwei Versuchen ohne Durchstoßen der Rohrwand ergab sich kein Plateau, sondern stiegen die Werte für die effektiv wirkende Masse weit höher als die tatsächliche Masse der Baggerschaufel. Dies lässt

sich durch die zeitlich verschobene zusätzlich wirkende Masse des Baggerarms erklären. Dieser Effekt ist nur bei sehr dünnwandigen Rohren mit sehr großer Verformung und ohne Auftreten eines Durchstoßens zu erwarten und wird daher in Weiteren vernachlässigt. In Abb. 4.22 ist der Verlauf der effektiven Masse des Versuches 1219\_NT2 über der Zeit dargestellt. Bei etwa 5 ms beginnt das Plateau mit einer effektiv wirkenden Masse von 2050 kg. Als Mittelwert über dem gesamten Plateau ergab sich für diesen Versuch eine effektive Masse von 2092 kg. Der nahezu deckungsgleiche Verlauf von berechneter und gemessener Kraft-Verschiebungs-Beziehung für diesen Versuch ist in Abb. 4.23 dargestellt.

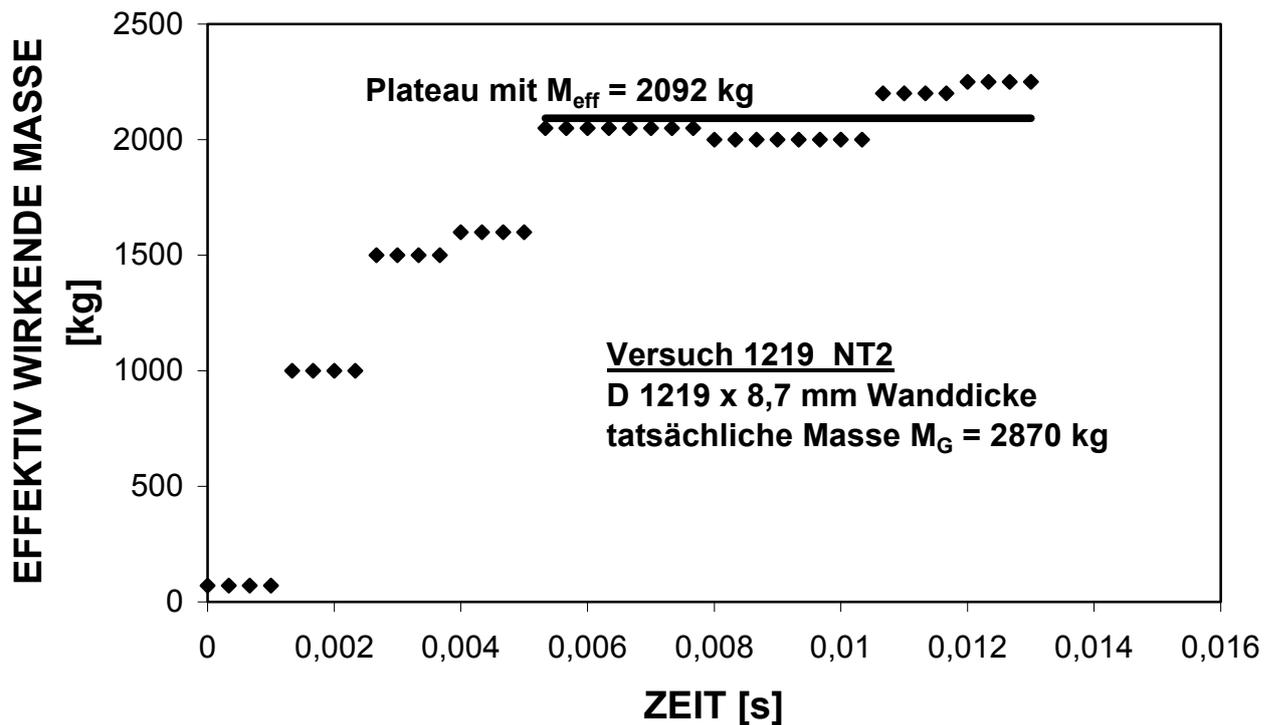


Abb. 4.22: Schrittweise ermittelte effektiv wirkende Masse für den Versuch 1219\_NT2

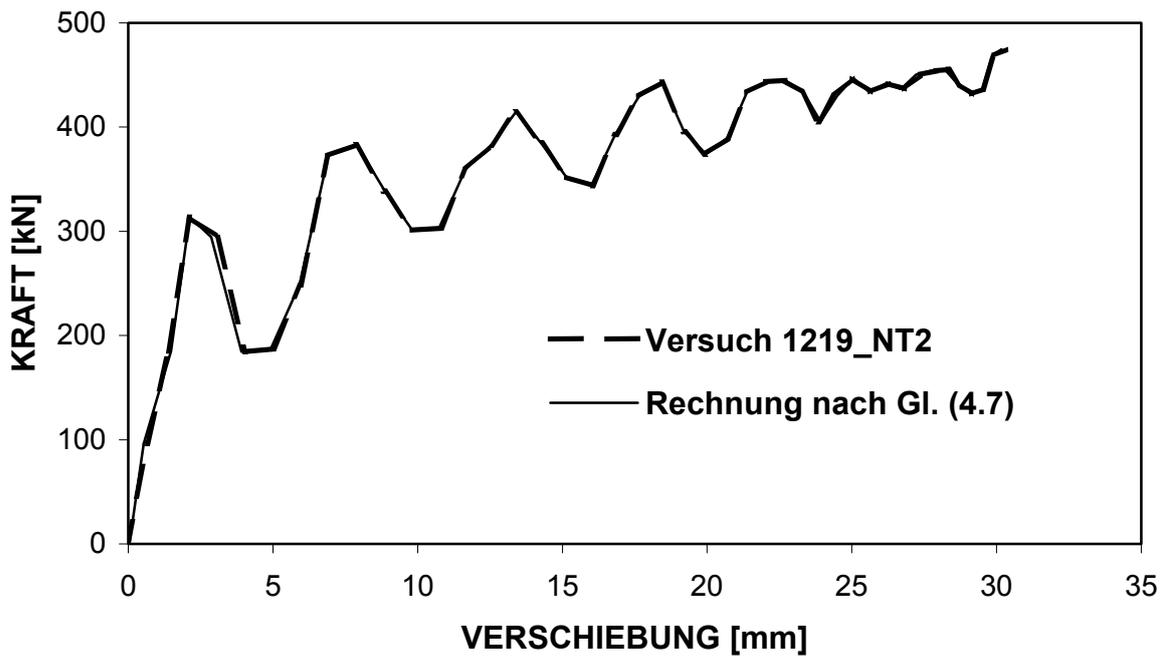


Abb. 4.23: Vergleich von gemessenem und nach Gl. (4.7) ermitteltem Kraft-Verschiebungs-Verlauf (schrittweise ermittelte effektiv wirkende Masse)

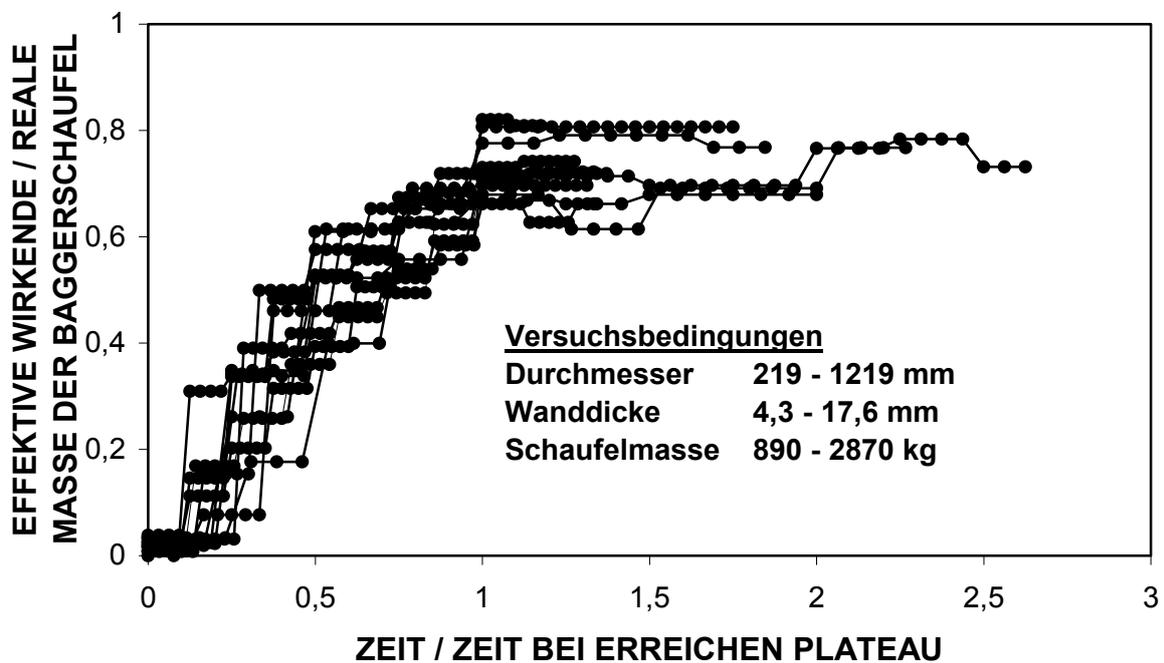


Abb. 4.24: Schrittweise ermittelte effektive Masse bis zum Versagen der Bauteilversuche mit Messung von Kraft-Verschiebungs- u. Kraft-Zeit-Verlauf (Zeit, Masse normiert)

Das Ergebnisse der schrittweise bestimmten effektiv wirkenden Masse aller Versuche mit gemessenem Kraft-Verschiebungs- und Kraft-Zeit-Verlauf ist in Abb. 4.24 abgebildet. Es ist ein verhältnismäßig schmales Streuband der Werte zu erkennen. Das Auftragen von effektiv wirkender Masse der Baggerschaufel  $M_{\text{eff}}$  über tatsächlicher Masse der Baggerschaufel  $M_G$  ist in Abb. 4.25 wiedergegeben. Es ergibt sich eine Näherungsgerade mit

$$M_{\text{eff}} = 0,7 M_G \quad (4.9)$$

Zu berücksichtigen ist hier, dass mit einer vollständig - also in Abb. 4.20 in Uhrzeiger-richtung - abgelenkten Baggerschaufel die wirkende Kraft am Baggerzahn nahezu in Schwerpunktrichtung liegt. Das führt im Gegensatz zu Gl. (4.9) zur Gleichheit von effektiv wirkender Masse und tatsächlicher Masse. Diese Konstellation als typische Arbeitsposition kommt in der Praxis allerdings nicht vor, da dann die Baggerschaufel kein Erdreich aufnehmen kann. Weiterhin ergibt die Verwendung von Gl. (4.9) für die Berechnung von sehr dünnwandigen Rohren mit einer großen Verschiebung wegen des Anstiegs der effektiv wirkenden Masse ohne ein Erreichen des Plateaus keine sinnvollen berechneten Kraft-Verschiebungs-Verläufe. Diese beiden Fälle werden hier nicht weiter betrachtet.

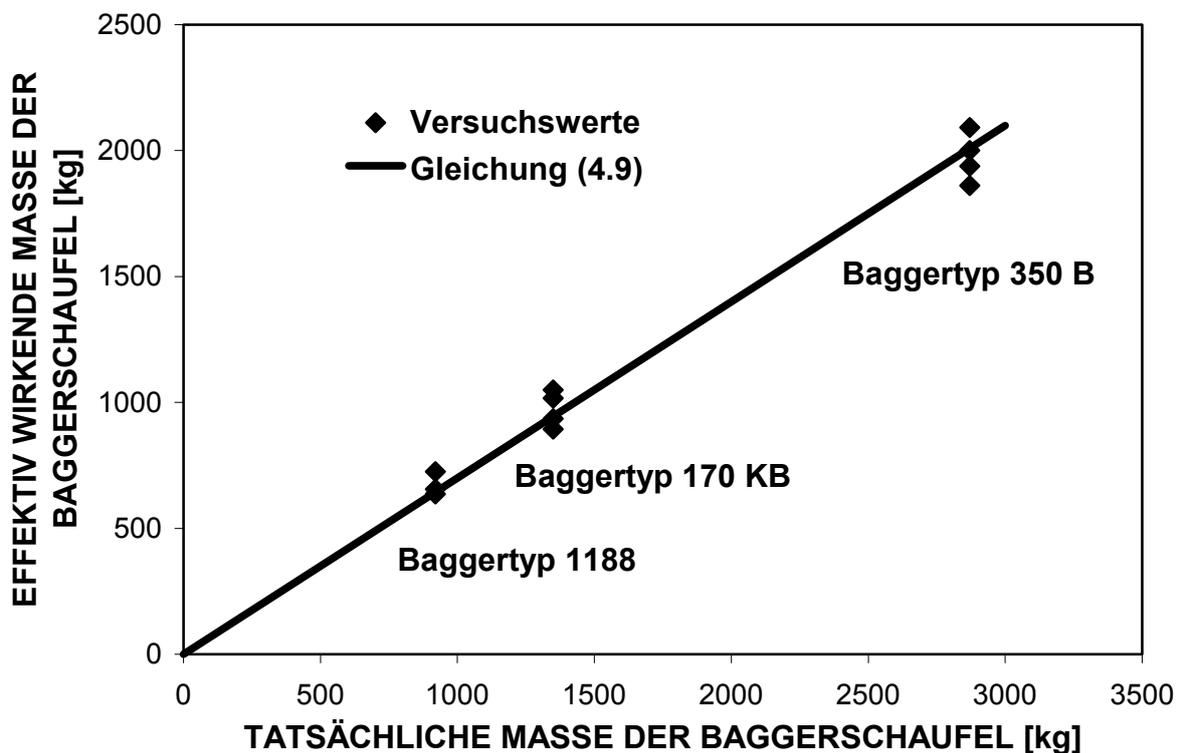


Abb. 4.25: Vergleich von tatsächlicher Masse und effektiv wirkender Masse der Baggerschaufel

#### 4.5.2 Glättung der oszillierenden Verläufe

So wie die gemessenen Kraft-Verschiebungs-Verläufe (Abb. 4.20) ergibt die doppelte numerische Integration ebenfalls rechnerische Verläufe, die oszillieren (Abb. 4.23). Da diese Verläufe um den exakten Kurvenverlauf schwingen, gestaltet sich eine Bestimmung der Koordinaten der charakteristischen Punkte  $P_0$  und  $P_4$  aus den dynamisch ermittelten Verläufen als sehr ungenau. Aus diesem Grund werden die gemessenen und die nach Newton berechneten Kurven soweit geglättet, dass eine Bestimmung der Koordinaten einfach möglich wird. Diese Bestimmung erfolgt für den elastischen und den bleibenden Verschiebungsverlauf getrennt. Für die elastische Verschiebung wird dazu die lineare Regression verwendet, für den bleibenden Verschiebungsbereich von der Grenzkraft bis zum Kraftmaximum wird die gleitende Mittelwertbildung benutzt.

##### Lineare Regression für den elastischen Verschiebungsbereich

Zur Berechnung der elastischen Steigung  $m_0$  wird die lineare Regression der Messwerte oder der nach Newton berechneten Werte angewendet. Da in diesem Bereich wenige Werte mit stark oszillierender Kraft vorliegen, gestaltet sich eine genaue Bestimmung der elastischen Steigung  $m_0$  aus den Kraft-Verschiebungs-Kurven aus zwei Gründen als schwierig. So ergibt sich einerseits direkt nach dem Aufprall ein Trägheitspeak mit einem starken Überschwingen der Kraft. Werden zu wenig Messwerte für die lineare Regression verwendet, verfälscht das Überschwingen des Trägheitspeaks die ermittelte elastische Steigung zu zu hohen Werten. Andererseits liegt der Kraft-Verschiebungs-Verlauf nach dem Abknicken beim Beginn erster bleibender Verschiebung bei  $F_{0,e}$  nicht mehr auf einer elastischen Gerade. Werden also Punkte mit Werten oberhalb von  $F_{0,e}$  in die lineare Regression mit einbezogen, wird eine ermittelte elastische Steigung mit zu kleinem Wert bestimmt. Um genaue Werte für die elastische Steigung  $m_0$  aus der linearen Regression zu erhalten, wird wie nachfolgend beschrieben verfahren:

Im dynamisch ermittelten Kraft-Verschiebungs-Verlauf wird ein scheinbarer Grenzpunkt  $P_{0,S}$  mit einer scheinbaren Grenzkraft  $F_{0,S}$  an der Stelle festgelegt, an der subjektiv das Abknicken der Kurve mit dem Beginn der bleibenden Verschiebung erfolgt. Ausgehend vom Nullpunkt wird für alle Datenpunkte  $N$  bis zur Hälfte der scheinbaren Grenzkraft ( $0,5 F_{0,S}$ ) die jeweilige elastische Steigung  $m_{0,N}$  berechnet. Die Anzahl der Datenpunkte  $N$  bei der linearen Regression wird schrittweise zu höheren Kraftwerten hin erhöht und der entsprechende Wert für die elastische Steigung  $m_{0,N}$  ermittelt. Beim Erreichen der tatsächlich vorliegenden elastischen Steigung  $m_0$  ergeben sich mit diesem Vorgehen für eine unterschiedliche Anzahl  $N$  von Datenpunkten nahezu konstante Werte  $m_{0,N}$ . Beim Auftragen der Werte für die elastische Steigung  $m_{0,N}$  über der Anzahl  $N$  wird dann graphisch ein Plateau mit horizontaler Tangente angenähert. Dieses Plateau der Werte  $m_{0,N}$  ergibt die elastische Steigung  $m_0$ . Die rechnerische Bestimmung von  $m_0$  erfolgt, indem der Mittelwert möglichst vieler Werte von  $m_{0,N}$  mit Abweichungen von maximal  $\pm 5\%$  von  $m_0$  gebildet wird. Beispielhaft wird dieses Vorgehen für die Auswertung des Versuchs 406\_NT2 vorgestellt. In Abbildung 4.26 ist das Ergebnis der

linearen Regression für die elastische Steigung  $m_{0,N}$  für die Anzahl  $N$  von 3 bis 12 abgebildet. Für eine niedrige Anzahl von  $N=3$  ist eine sehr große elastische Steigung  $m_{0,3}$  eingezeichnet, dagegen für eine große Anzahl von  $N=12$  eine sehr flache elastische Steigung  $m_{0,12}$ .

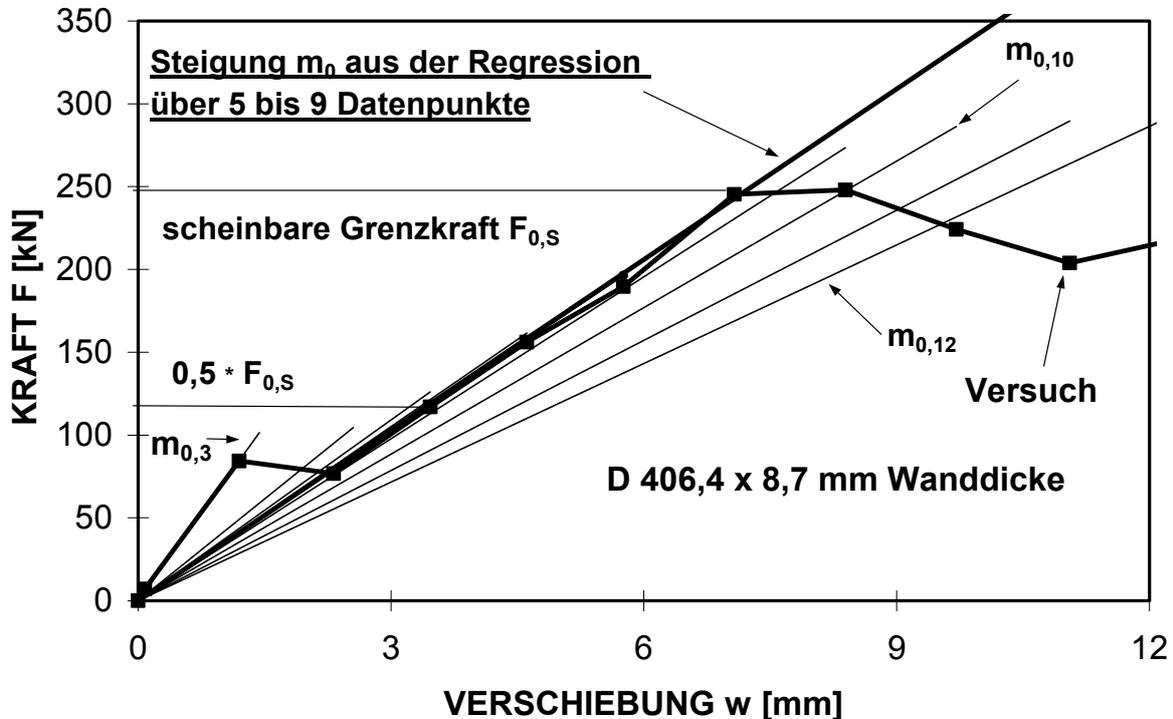


Abb. 4.26: Bestimmung der elastischen Steigung  $m_{0,N}$  für  $N$  Datenpunkte

Die ermittelten Werte für die elastische Steigung  $m_{0,N}$  sind in Abb. 4.27 über der Anzahl  $N$  aufgetragen. Hier ist für weniger als 5 Datenpunkte der Einfluss des Trägheitspeaks mit sehr großen Werten für die elastische Steigung zu erkennen. Dagegen wird für größere Werte über  $N=9$  mit einem Absinken der elastischen Steigung der zunehmende Einfluss der ersten bleibenden Verschiebung deutlich. Das erreichte Plateau ergibt sich für Werte  $N$  von 5 bis 9 zu einem Mittelwert aus  $m_{0,N}$ , d.h. zu der elastischen Steigung  $m_0$  von 34,3 kN/mm.

Dieses Vorgehen zur Bestimmung der elastischen Steigung  $m_0$  ergab für die ausgewerteten Versuche mit mittleren Werten der Wanddicke zwischen etwa 4 und 10 mm brauchbare Ergebnisse, da sich hier ein ausgeprägtes Plateau ausbildete. Für die Versuche mit Werten für die Wanddicke unter etwa 4 mm oder über ca. 10 mm gingen sehr große Steigungswerte aus dem Einfluss des Trägheitspeaks direkt in sehr kleine Steigungswerte aus dem Einfluss erster bleibender Verschiebung über. Hier konnte kein Plateau und somit keine elastische Steigung  $m_0$  bestimmt werden. Dies liegt daran, dass für dünnwandige Rohre teilweise ein sehr kurzer Bereich der elastischen Verschiebung mit wenigen Versuchswerten vorlag. Andererseits ergab bei großen Werten der Wanddicke schon die erste Kraftschwingung ein Überschwingen in den Bereich der Grenzkraft, so dass hier eine Auswertung der elastischen Steigung ebenfalls nicht möglich war.

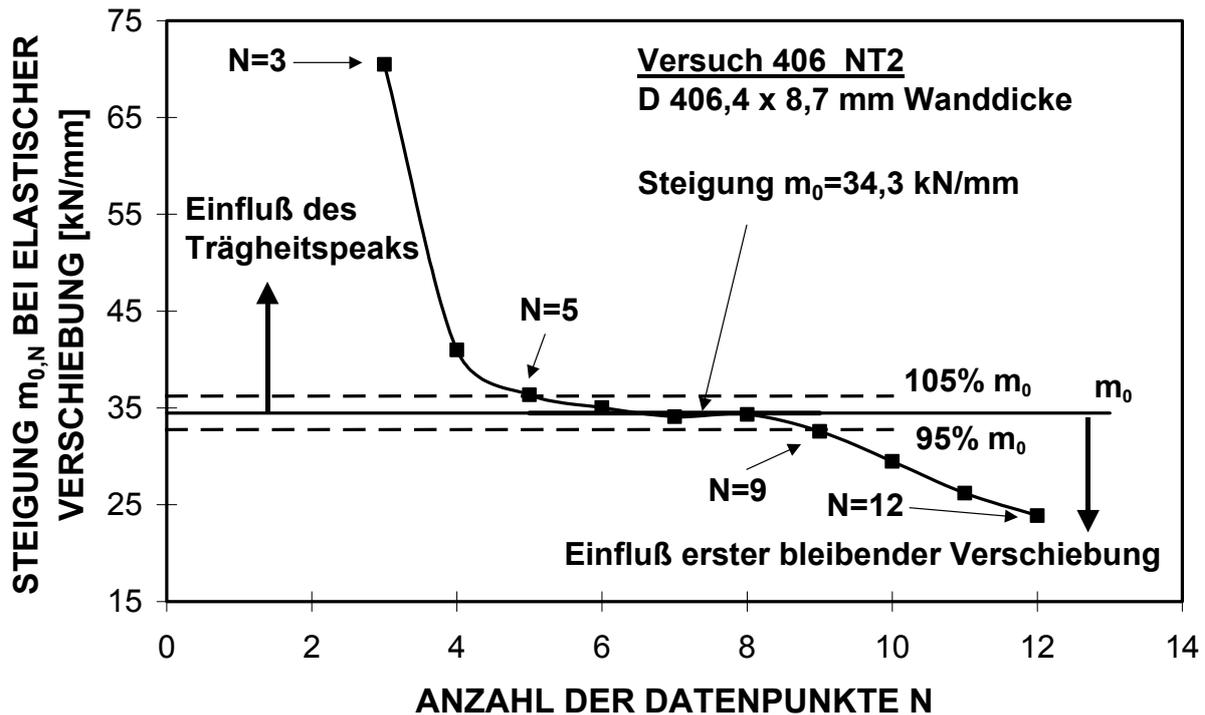


Abb. 4.27: Berechnung der Steigung  $m_0$  für dynamisch durchgeführten Beulversuch (Steigung  $m$  aus Abb. 4.26)

#### Gleitende Mittelwertbildung für den bleibenden Verschiebungsbereich

Für den bleibenden Verschiebungsbereich von der Grenzkraft bis zur der Maximalkraft wird der Mittelwert  $F_n^g$  für die Kraft gleitend gebildet mit

$$F_n^g = \frac{1}{N+1} \sum_{i=-N/2}^{N/2} F_{n+i}^m \quad (4.10)$$

Dabei bedeutet  $N$  die Anzahl der Messwerte, über die gemittelt wird. Die Variable  $F_n^g$  steht für den  $n$ -ten Kraftwert der geglätteten Kurve, während  $F_n^m$  den  $n$ -ten gemessenen Wert wiedergibt. Die Glättung von schwingenden Kurven durch die gleitende Mittelwertbildung wird beispielsweise beim instrumentierten Kerbschlagbiegeversuch verwendet [98, 100]. Dabei dient sie der Bestimmung des konventionell schwierig zu messenden Weges. Sie lässt sich auch näherungsweise auf den betrachteten Belastungsfall übertragen.

Bei der gleitenden Mittelwertbildung ist besonderes Augenmaß auf die Anzahl  $N$  der für die Glättung verwendeten Messwerte zu legen. Für eine geringe Anzahl von Messwerten, d.h. ein kleines Intervall (hier kürzer als der Hälfte der Schwingungsperiode  $\tau$ ) ergibt die gleitende Mittelwertbildung keine ausreichend geglätteten, also noch zu stark oszillierende Verläufe. Wird dagegen über einen zu großen Bereich von mehr als dem 1,5-fachen der Schwingungsperiode  $\tau$  gemittelt, wird der tatsächlich vorliegende Verlauf zu weit abgeändert. Ausreichend

geglättete und damit gut auswertbare Verläufe ergibt demgegenüber die gleitende Mittelwertbildung über die Länge des Intervalls von einer Schwingungsperiode  $\tau$ . An den Stellen mit einer großen Krümmung des Verlaufs führt die gleitende Mittelwertbildung - insbesondere bei zu großen Werten der Anzahl  $N$  - zu abgesenkten Werten des geglätteten Verlaufs. Dies ist der Fall beim Übergang von elastischer zu plastischer Verschiebung sowie bei der Maximalkraft  $F_m$ . Erfolgt bei der Maximalkraft ein Durchstoßen der Rohrwand mit starkem Absinken der Kraft, ist der Effekt der abgesenkten Werte deutlicher ausgeprägt, als wenn das Rohr mitsamt dem Beulwerkzeug zurückfedert. An diesen Stellen ist es dann sinnvoll, den gemittelten Verlauf bis zur Maximalkraft  $F_m$  linear zu extrapolieren, um aussagekräftige Werte zu erhalten. Bei den Versuchen mit einem Durchstoßen der Rohrwand kann dann das Ende der Extrapolationsgerade leicht bestimmt werden, da die Kraft stark absinkt und damit den Wert der Verschiebung genau definiert. Für die Versuche ohne ein Durchstoßen der Rohrwand liegen zum Zeitpunkt des Kraftmaximums wegen der langsamen Verschiebung genügend Daten vor, so dass die maximale Kraft direkt mit der gleitenden Mittelwertbildung bestimmt werden kann. Hier kann die Maximalkraft  $F_m$  aus den gemessenen Kraft-Zeit-Verläufen berechnet werden, ohne zuvor in Kraft-Verschiebungs-Kurven umgerechnet werden zu müssen.

Nachfolgend wird das Ergebnis der gleitenden Mittelwertbildung beispielhaft für den Bereich der bleibenden Verschiebung, für die Grenzkraft  $F_0$  sowie für die Maximalkraft  $F_m$  dargestellt.

### **Bestimmung des bleibenden Verschiebungsverlaufes**

Das Ergebnis für die bleibende Verschiebung aus der gleitenden Mittelwertbildung ist in Abb. 4.28 für den berechneten Verlauf des Versuchs 406\_NT1 dargestellt. Hier wurde über eine Schwingungsperiode von  $\tau = 2,5$  ms geglättet. Die gleitende Mittelwertbildung ergibt trotz der Oszillation des berechneten Verlaufes nahezu eine Gerade für den Verlauf der bleibenden Verschiebung.

### **Bestimmung der Grenzkraft $F_0$**

Für den Versuch 406\_NT1 ist in Abb. 4.29 das Ergebnis für den nach Gl. (4.7) rechnerisch bestimmten Übergang von elastischer zu bleibender Verschiebung dargestellt. Wie hier erkennbar ist, liegt im Bereich des elastisch-plastischen Übergangs der gemittelte Verlauf unter dem realen Verlauf. Die Rechnung mit der gleitenden Mittelwertbildung ergibt zu niedrige Werte. Da im Bereich der Grenzkraft mit dem Abknicken des Verlaufes eine große Krümmung vorliegt, kann die gleitende Mittelwertbildung am Grenzpunkt  $P_0$  nicht angewendet werden. Daher erfolgt die Bestimmung der Grenzkraft  $F_0$  durch die parabolische Extrapolation des bleibenden Kraft-Verschiebungs-Verlaufes rückwärts mit einer

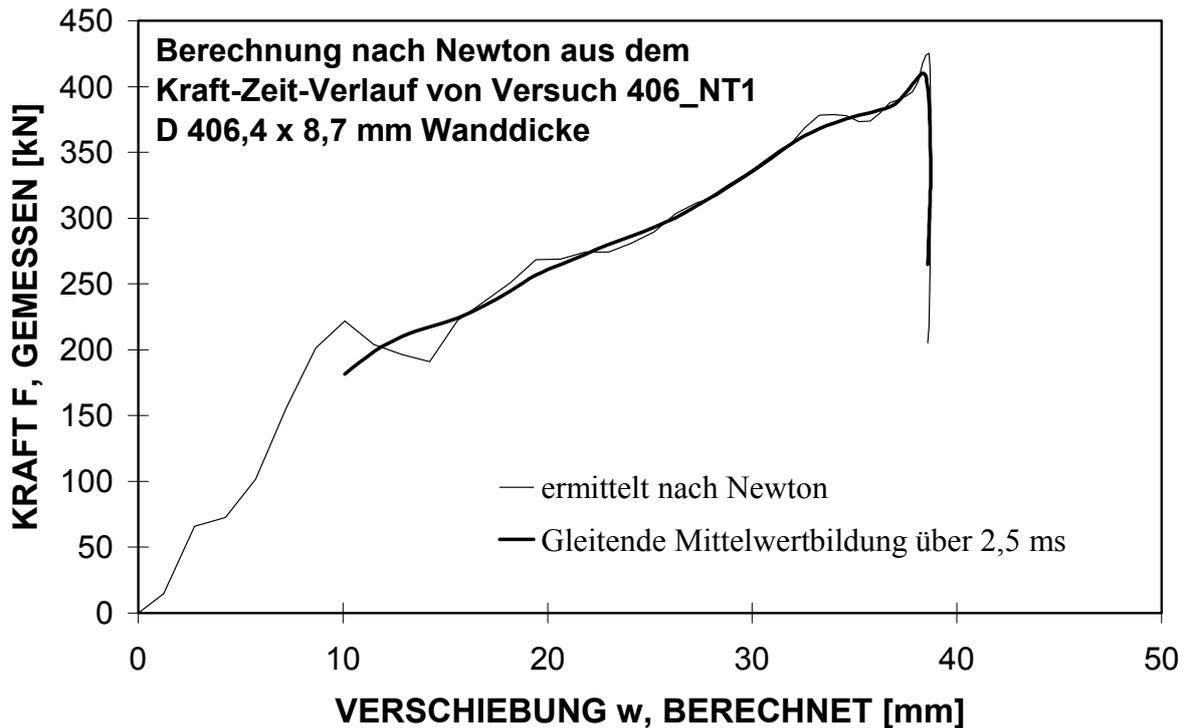


Abb. 4.28: Bestimmung des geglätteten Kraft-Verschiebungs-Verlaufs aus der rechnerisch ermittelten Kraft-Verschiebungs-Kurve des Versuchs 406\_NT1

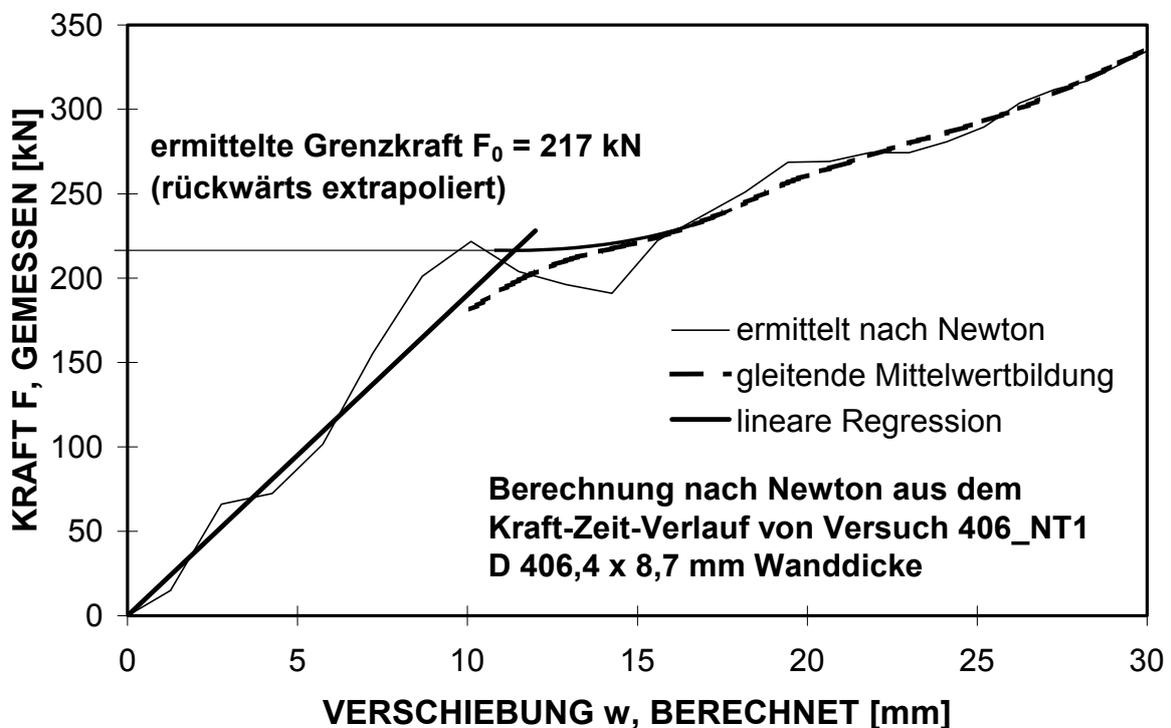


Abb. 4.29: Bestimmung der gemittelten Grenzkraft  $F_0$  aus dem geglätteten Verlauf der rechnerisch ermittelten Kraft-Verschiebungs-Kurve des Versuchs 406\_NT1

waagerechten Tangente an die verlängerte elastische Steigung. Für den Versuch 406\_NT1 wurde so eine Grenzkraft  $F_0$  von 217 kN ermittelt.

### Bestimmung der Maximalkraft $F_m$

Für die Versuche ohne ein Durchstoßen der Rohrwand konnte die vereinfachte Bestimmung der Maximalkraft  $F_m$  an den gemessenen Kraft-Zeit-Verläufen erfolgen, die nicht zuvor in Kraft-Verschiebungs-Kurven umgerechnet werden mussten. Exemplarisch ist der geglättete Kraft-Zeit-Verlauf des Versuches PAX16000 für den Bereich des Kraftmaximums in Abb. 4.31 gezeigt. Hier liegt die Schwingungsperiode  $\tau$  bei 10 ms. Die ermittelte Maximalkraft  $F_m$  liegt bei diesem Versuch 5 kN unterhalb des absolut gemessenen Wertes von 119 kN.

Dagegen erfolgte die Bestimmung der Maximalkraft  $F_m$  für die Versuche mit dem Durchstoßen der Rohrwand an den Kraft-Verschiebungs-Kurven. Ergibt sich nämlich nach dem Durchstoßen ein abruptes Absinken der Kraftwerte, werden die gleitend bestimmten Werte wie bei der Bestimmung der Grenzkraft zu zu niedrigen Ergebnissen verfälscht. In diesem Fall wurde der ermittelte bleibende Verschiebungsverlauf linear bis zum Erreichen des Kraftmaximums verlängert. Dies ist beispielhaft in Abb. 4.30 für die komplette Auswertung des Versuchs 406\_NT2 dargestellt.

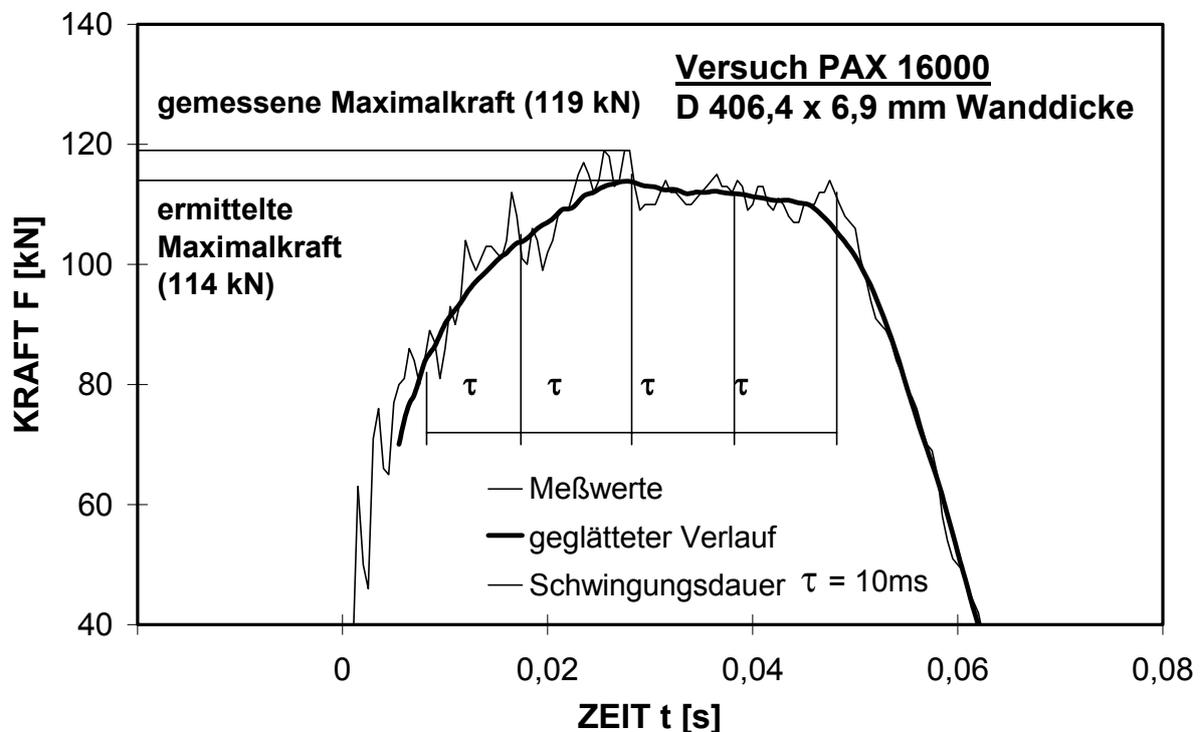


Abb. 4.30: Ermittlung der Maximalkraft  $F_m$  aus dem geglätteten Verlauf der dynamisch bestimmten Kraft-Zeit-Kurve von Versuch PAX 16000

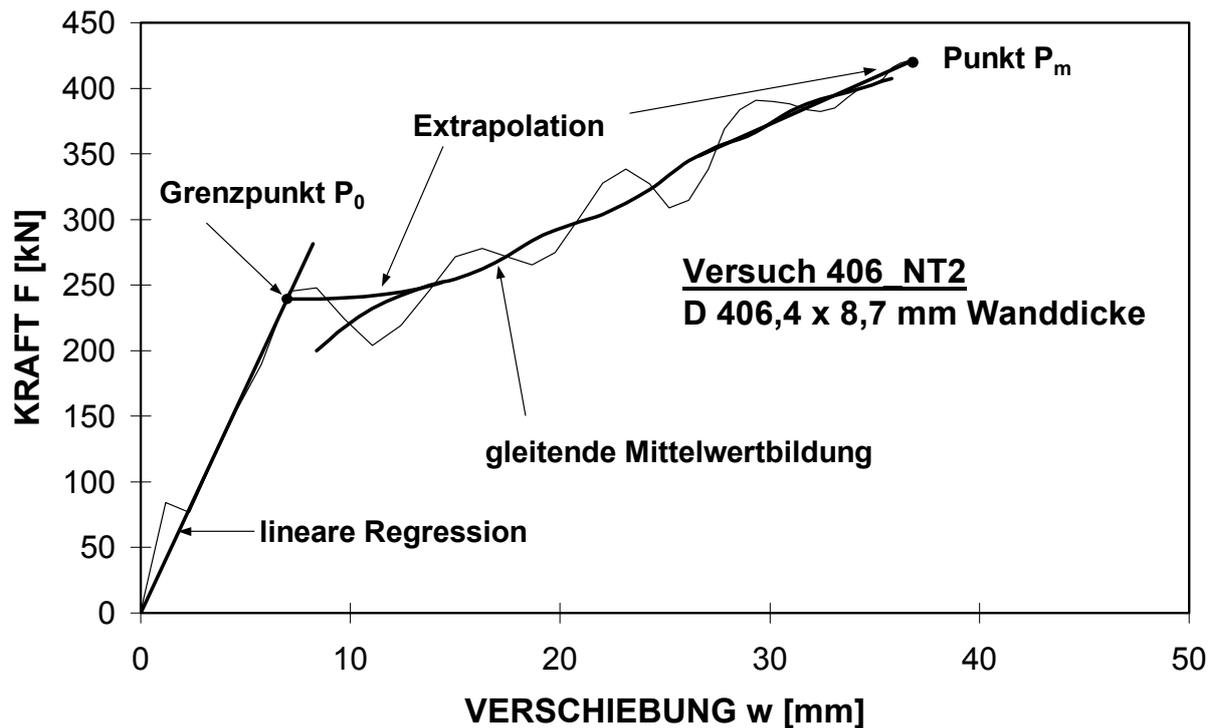


Abb. 4.31: Auswertung des Kraft-Verschiebungs-Verlaufs des Bauteilversuchs 406\_NT2

Die gleitende Mittelwertbildung und die doppelte numerische Integration der dynamisch ermittelten Kraft-Zeit-Verläufe ergab Kraft-Verschiebungs-Verläufe, die mit dem Verlauf der quasistatisch durchgeführten Versuche vergleichbar und qualitativ ähnlich sind. An diesen Kraft-Verschiebungs-Kurven lassen sich die Koordinaten der charakteristischen Punkte  $P_0$  bis  $P_4$  entsprechend Abb. 4.11 und 4.12 auf einfache Art und Weise bestimmen. Da die quasistatischen und dynamischen Versuche vorwiegend mit anderen Versuchsparametern durchgeführt wurden, ergeben sich Kraft- und Verschiebungswerte von unterschiedlicher Höhe. Der quantitative Vergleich der charakteristischen Punkte von quasistatischen und dynamischen Kraft-Verschiebungs-Verläufen erfolgt weiter hinten in Kap. 7.4.



## **5 Numerische Simulation von Stahlrohren unter einer Einzellast**

Zur Ergänzung der quasistatischen Versuchsergebnisse aus Kapitel 4 wurden numerische Rechnungen an Modellen mit diversen Parameterkombinationen durchgeführt. Diese Rechnungen an radial gebeulten Stahlrohren dienen der genauen Ermittlung der einzelnen Parameterabhängigkeiten. Es wurden ausgewählte Modelle berechnet, die im Parameterbereich der quasistatischen Experimente liegen und die den Rahmen der typisch verwendeten Abmessungen von Stahlrohren abdecken.

### **5.1 Modellierung des Beulvorgangs**

Für die numerische Simulation fand die Methode der Finiten Elemente (FEM) Anwendung, mit der sich die radiale Verschiebung eines mit einer Einzelkraft belasteten Stahlrohrs gut wiedergeben lässt [101-106]. Die numerische Simulation wurde mit der FEM-Software MARC K.62 [107] durchgeführt. Die Auswertung der Ergebnisse erfolgte mit dem Pre- und Postprozessorsystem MENTAT [108] unter dem Betriebssystem Unix.

Zur Strukturierung des Rohrmodells fand ein isoparametrisches, dickwandiges 4-Knoten-Schalenelement für große Verschiebungen und Dehnungen mit bilinearer Interpolation für die Knotenverschiebung und die Rotation Anwendung. Diesem Element wird isotropes elastisch-plastisches Materialverhalten mit isotrop-kinematischer Verfestigungscharakteristik zugeordnet [107]. Die einzelnen Modelle für die jeweiligen Rohrabschnitte der Gesamtlänge vom Fünffachen des entsprechenden Rohrdurchmessers wurden mit 793 bis 823 Knoten in 731 bis 766 Elemente aufgeteilt. Indes wurden jeweils 11 Elemente über die Wanddicke verteilt. Insgesamt ergaben sich damit 8041 bis 8426 Raumelemente. Dabei erfolgte eine feinmaschige Anordnung der Elemente im Bereich der Krafteinleitung mit mindestens 16 Elementen in der Breite  $L_T$  sowie mindestens 20 Elementen in der Länge  $L_L$  des Beulwerkzeugs. Mit zunehmendem Abstand von der Krafteinleitung wurde die Elementaufteilung gröber. Mit der doppelten Symmetrie des Rohres wurde für die einzelnen Modelle jeweils ein  $180^\circ$  Segment des halben Rohrkörpers betrachtet. Wegen der Symmetrie in Rohrlängsrichtung reichte die halbe Rohrlänge, aufgrund der Symmetrie in Rohrumfangsrichtung reichte der halbe Umfang aus. Die dafür vorgegebenen Randbedingungen für die Verschiebungen und die Rotation an den Schnittstellen sind in Abb. 5.1 schematisch dargestellt.

Als Belastung wurde der Innendruck  $P_i$  radial auf die Innenoberfläche vorgegeben. Zur Simulierung der Belastung an den geschlossenen Enden diente die resultierende Spannung in Längsrichtung  $\sigma_l$  nach Gl. (3.3) an den beiden Stirnseiten (Abb. 5.1). Das radial wirkende, verschiebungsgesteuerte Beulwerkzeug drückt mit Ausrichtung auf die Rohrlängsachse an der Außenoberfläche der Schale. In Abbildung 5.2 ist beispielhaft die Modellstruktur des Rohrs D 660 x 12,5 mm Wanddicke mit dem radial eingreifenden Baggerzahn dargestellt.



Die Rechnung erfolgte mit einem körperfesten Koordinatensystem nach dem Update-Lagrange'schen Algorithmus [107]. Im Bereich des Angriffsbereiches des Rohres durch das starr angenommene Beulwerkzeug wurde ein Kontaktalgorithmus mit Coulombscher Reibung [107] verwendet. Zur Wiedergabe des elastisch-plastischen Materialverhaltens dienten Spannungs-Dehnungskurven aus dem einachsigen Zugversuch von typischen Stahlrohrwerkstoffen. Die hier verwendeten verformungsfähigen Stahlrohrwerkstoffe waren gekennzeichnet durch eine niedrige Streckgrenze  $R_p$  (310 bis 550 MPa), eine hohe Zugfestigkeit  $R_m$  (450 bis 680 MPa), einen hohen Wert für die Bruchdehnung  $A$  (etwa 30 %) und die Brucheinschnürung  $Z$  (65 bis 70 %). Die verwendeten Spannungs-Dehnungskurven weisen ein für Hochdruckleitungsrohre typisches Verfestigungsverhalten sowie einen entsprechenden Lüdersbereich mit konstanter Spannung bei der Zunahme der Verlängerung der Zugprobe auf [33]. Die gemessenen technischen Spannungen und Dehnungen aus dem einachsigen Zugversuch wurden für das Rechenmodell in wahre Cauchy-Spannungen und Hencky-Dehnungen [109] umgerechnet. Es wurden insgesamt 21 numerische Rechnungen an Rohrmodellen mit diversen Parametern ausgewertet. Für die Identifikation der Einflussfunktionen wurden die Rechnungen systematisch so durchgeführt, dass Rechenserien mit jeweils nur einem geänderten Parameter vorlagen. Die Wanddicke lag bei Werten von 4 bis 12,5 mm, der Durchmesser lag bei Werten von 406,4 bis 1220 mm. Der Innendruck  $P_i$  wurde mit Werten zwischen 0 und 129 bar vorgegeben. Die Beulwerkzeuglänge  $L_L$  wurde von 5 bis 120 mm variiert. Insgesamt wurde der Einbeulvorgang für die vier unterschiedlichen Werkstoffe Grade B, X52, X60 und X80 nach API 5L [93] berechnet. Die einzelnen Parameter sämtlicher numerischer Rechnungen sind in Anhang 8 zusammengetragen. Sie geben ähnlich wie die Versuchswerte aus Kap. 4 den Parameterbereich typischer verwendeter Stahlrohre für Hochdruckleitungen gut wieder.

## 5.2 Ergebnisse der numerischen Rechnungen

Beispielhaft ist in Abb. 5.3 als Ergebnis das lokale Verschiebungsfeld des Rohres mit  $D 660 \times 4,0$  mm Wanddicke im Bereich der Krafteinleitung dargestellt (Rechnung WA4). Mit dem Innendruck von 1,48 MPa, dem Werkstoff X60 und der Beulwerkzeuglänge von 80 mm ergab sich hier für eine Kraft von 129 kN eine Gesamtverschiebung von 55,3 mm.

Die Verschiebung während der Maximalbelastung des Rohres  $D 406,4 \times 7,16$  mm Wanddicke ist für die beiden Schnittebenen längs bzw. quer zur Längsachse in Abb. 5.4 und 5.5 dargestellt (Rechnung ES101). Gut zu erkennen ist hier, dass die lokale Einbeulung nur im Bereich der Krafteinleitung vorliegt und im weiteren Fernfeld abgeklungen ist. Die errechneten wahren von-Mises-Vergleichsspannungen und wahren Vergleichsdehnungen sind Abb. 5.6 und 5.7 zu entnehmen. Die singuläre Beanspruchung im Bereich des Beulwerkzeugs durch sehr große Gradienten der wahren von-Mises-Vergleichsspannungen (bis auf 2092 MPa) und Vergleichsdehnungen (bis auf 29,2 %) ist gut erkennbar.

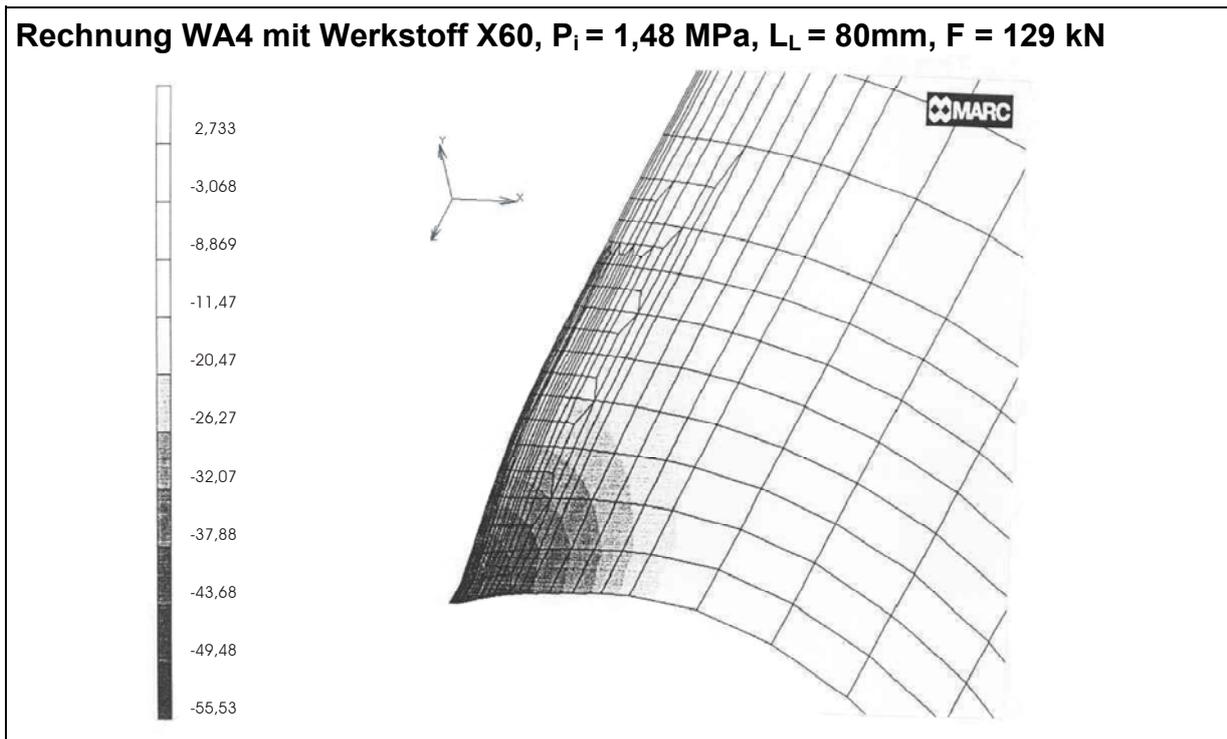


Abb. 5.3: Lokale Verschiebung in mm (Ergebnis der numerischen Rechnung im Bereich der Krafteinleitung am Rohr D 660 x 4,0 mm Wanddicke, Kraft von 129 kN)

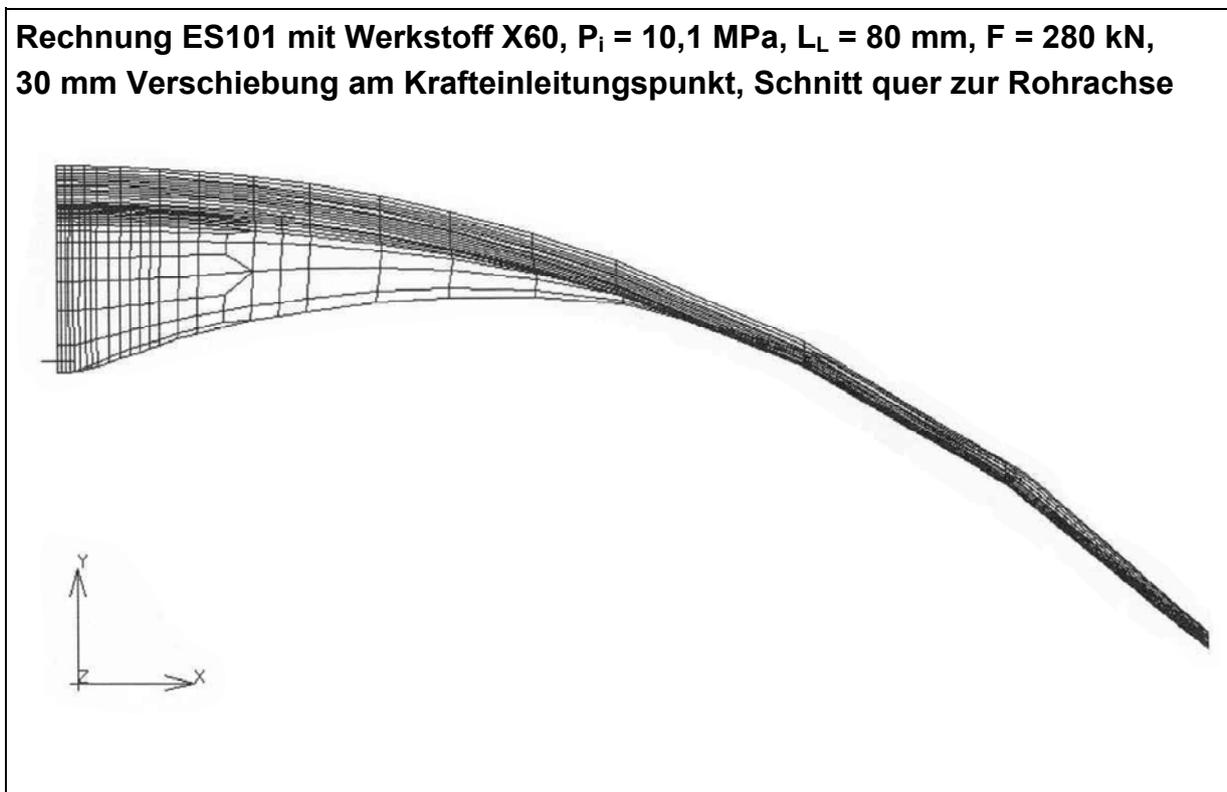


Abb. 5.4: Verformtes Rohr D 406,4 x 7,16 mm Wanddicke, Schnitt quer zur Rohrachse

**Rechnung ES101 mit Werkstoff X60,  $P_i = 10,1$  MPa,  $L_L = 80$  mm,  $F = 280$  kN, 30 mm Verschiebung am Kraftereinleitungspunkt, Schnitt längs zur Rohrachse**

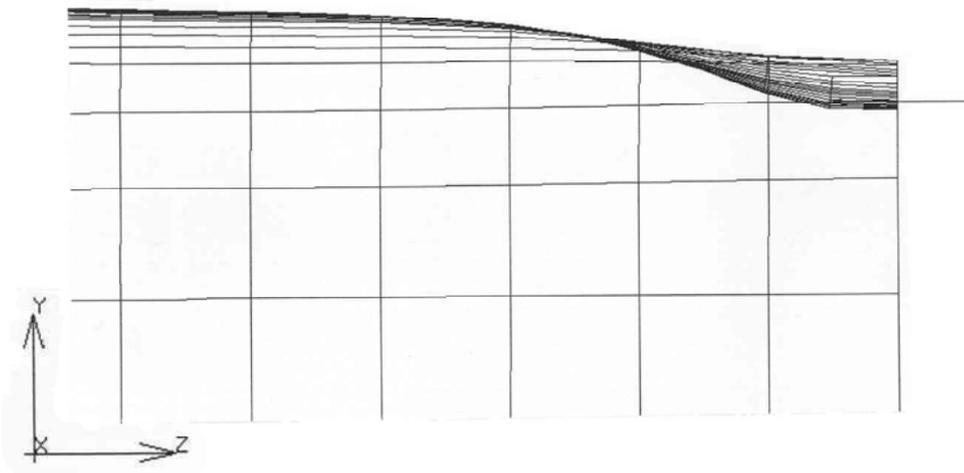


Abb. 5.5: Verformtes Rohr D 406,4 x 7,16 mm Wanddicke, Schnitt längs zur Rohrachse

**Rechnung ES101 mit Werkstoff X60,  $P_i = 10,1$  MPa,  $L_L = 80$  mm,  $F = 280$  kN**

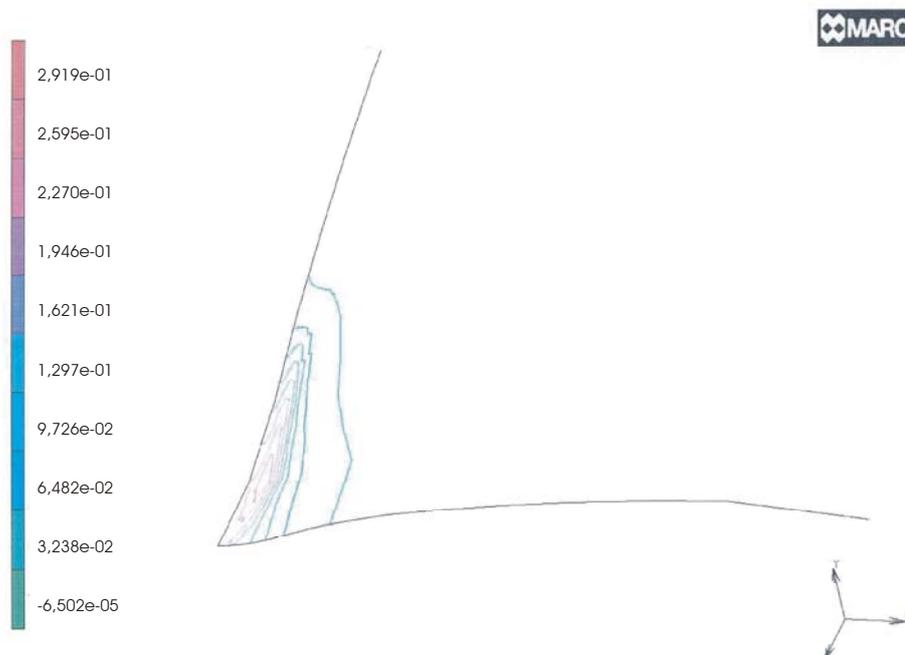


Abb. 5.6: Vergleichsdehnung des Rohrs D 406,4 x 7,16 mm Wanddicke in % bei der Maximalkraft von  $F = 280$  kN



**Abb. 5.7:** von-Mises-Vergleichsspannung des Rohrs D 406,4 x 7,16 mm Wanddicke in MPa bei der Maximalkraft von  $F = 280$  kN

Aus den Ergebnissen der Rechnungen wurden die Kraft-Verschiebungs-Verläufe entnommen. Wie bei den Experimenten ergaben sich die Bereiche der elastischen und der plastischen Verschiebung sowie der elastisch-plastische Übergang. Zur Überprüfung des numerischen Modells wurden Rechnungen mit denselben Parametern wie bei den quasistatischen Experimenten durchgeführt. Die Abweichung von den Rechenergebnissen und den Messwerten lag in der Regel unter 5% des Messwertes. Teilweise ergaben sich im Übergangsbereich von elastischer zu plastischer Verschiebung Abweichungen von bis zu 8% des Messwertes. Die Rechenergebnisse zeigen im Vergleich mit den Messergebnissen also eine gute Übereinstimmung (Abb. 5.8) und damit eine ausreichend genaue Modellstruktur. Durchgeführte Rechnungen ohne den Kontaktalgorithmus mit Coulombscher Reibung ergaben zu große Zwängungen im Bereich der Krafteinleitung. Daraus resultierend zeigten sich große Ungenauigkeiten der Rechnung von mehr als 15% des Messwertes. Bei einer zu groben Aufteilung der Netzstruktur im Bereich der Krafteinleitung des  $180^\circ$  Segmentes führte die Rechnung zu Abweichungen von mehr als 13% des Messwertes. Mit einer Minimalanzahl von 80 Elementen für den direkten Bereich der Krafteinleitung wurde eine ausreichende Rechengenauigkeit erzielt.

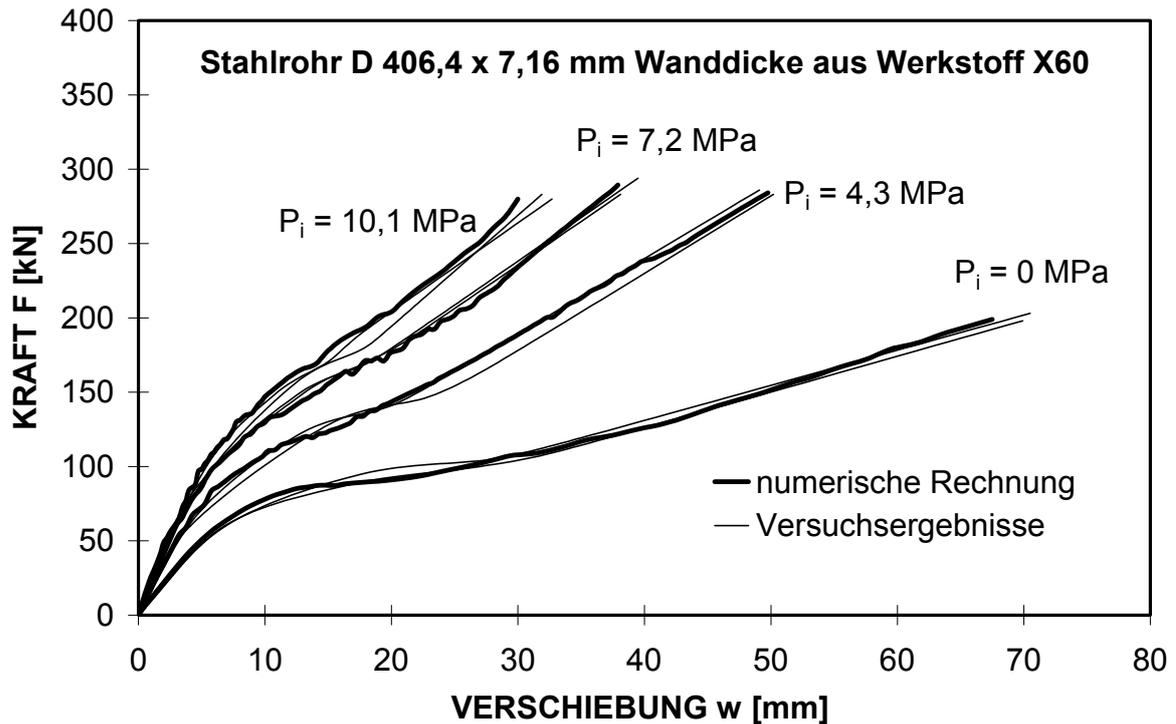


Abb. 5.8: Vergleich der numerischen Rechnung mit Versuchsergebnissen für unterschiedliche Werte für den Innendruck  $P_i$

Die berechneten radialen Verschiebungen am Rohrende gegenüber dem Beulwerkzeug, also die Änderung der beiden um  $90^\circ$  versetzten Durchmesser nach Abb. 4.7, lagen bei Werten unter 1% der Wanddicke. Dies zeigt ein ausreichend langes Rohr und einen vernachlässigbar geringen Einfluss der Enden auf die betrachtete Verschiebung. Der Parameterbereich der ausgewerteten, numerischen Rechnungen ist in Tab. 5.1 zusammengetragen.

Rechenparameter	D [mm]	s [mm]	D/s [%]	$R_p$ [MPa]	$R_m$ [MPa]	$P_i$ [MPa]	$L_L$ [mm]
Minimum	406,4	4	53	310	450	0	5
Maximum	1220	12,5	172	550	680	12,9	120

Tab. 5.1: Parameterbereich die für numerischen Rechnungen

Die Auswertung der 21 ausgewerteten gerechneten Kraft-Verschiebungs-Verläufe wurde entsprechend der charakteristischen Punkte aus Abb. 4.11 und 4.12 durchgeführt. Die Werte für die Kraft im Grenzpunkt  $P_0$  lagen zwischen 31,0 und 318 kN, die Werte für die Verschiebung in diesem Punkt lagen zwischen 4,2 und 13,2 mm. Die Werte für den bleibenden Verlauf der Verschiebung mit linearer Steigung bis zum Hilfspunkt  $P_4$  wurden für die Verschiebung von 28,0 bis 89,5 mm sowie für die Kraft von 159 bis 550 kN ermittelt. Der

elastische Grenzpunkt  $P_{0,e}$  wurde nicht ausgewertet, da das Ende der elastischen Gerade durch die schrittweise Berechnung nur sehr ungenau zu bestimmen ist. Die Koordinaten der ermittelten charakteristischen Punkte sind in Anhang 9 zusammengefasst. Anhand der Werte für die charakteristischen Punkte  $P_0$  und  $P_4$  werden im nächsten Kapitel die in der Literatur vorhandenen Lösungsmodelle statistisch ausgewertet. Mit den Ergebnissen der numerischen Berechnungen wird - genau wie mit den Versuchsergebnissen - geprüft, ob die gemessenen Punkte durch die Literaturlösungen gut wiedergegeben werden und welches die Literaturlösung mit der besten Übereinstimmung ist. Sämtliche Ergebnisse dienen in Kap. 7 als Basis für das eigene verbesserte Modell zur Beschreibung des quasistatischen Kraft-Verschiebungs-Verlaufs.

## **6 Statistische Bewertung der Literaturlösungen**

Die Modelle aus der Literatur für die quasistatische Verschiebung aus Kapitel 3 sollen nachfolgend unter statistischem Aspekt für eine Anwendung auf die gegebene Problemstellung bewertet werden. Dies erfolgt durch die Überprüfung der Literaturlösungen mit den realen Versuchsergebnissen und den numerischen Rechenwerten an Rohren aus Kap. 4 und 5. Die statistische Bewertung der Literaturlösungen erfolgt anhand der linearen Regression nach der Methode der kleinsten Quadrate nach Gauß, wobei als Kriterium für die Güte der Korrelationskoeffizient  $r_{xy}$  der durch den Nullpunkt erzwungenen Regressionsgerade benutzt wird. Die statistisch beste Literaturlösung soll später als Basis für die Struktur des eigenen verbesserten hybriden Modells dienen.

Die entsprechenden Lösungsansätze aus der Literatur für die elastische und plastische Verschiebung sowie den elastisch-plastischen Übergang werden bei der Bewertung separat betrachtet. Ebenso getrennt voneinander erfolgt die Bewertung für die Ergebnisse an frei aufliegenden Rohren mit sehr niedriger Innendruckbeanspruchung und über den gesamten Innendruckbereich. Die Ergebnisse der Bewertung werden für die Literaturlösungen für die elastische und plastische Verschiebung sowie den elastisch-plastischen Übergang diskutiert. Zusätzlich erfolgt die Diskussion für die hauptsächlich wirkenden Parameter Wanddicke, Durchmesser, Innendruck und Beulwerkzeuglänge.

### **6.1 Methodik der Bewertung**

Für die experimentellen oder numerischen Kraft-Verschiebungs-Verläufe wurden in den Kap. 4 und 5 die jeweiligen realen Werte für die elastische Verschiebung, die Grenzkraft sowie die maximal erreichte Kraft ermittelt. Für die jeweils dazu gehörigen Randparameter können die theoretischen Werte für Kraft bzw. Verschiebung aus den Literaturlösungen errechnet und mit den realen Werten verglichen werden. Das Auftragen der realen Werte über den mit den Literaturlösungen berechneten Ergebnissen muss bei vollkommener Übereinstimmung eine Gerade ergeben. In diesem Fall muss wegen der vollkommenen Übereinstimmung die Gerade ohne jedwede Streuung mit der Steigung 1 durch den Nullpunkt führen. Dass dies in der Regel nicht erreicht wird, hat unterschiedliche Gründe: So weisen einerseits die realen Ergebnisse aus Experimenten oder numerischen Rechnungen Streuungen auf. Andererseits können die vorhandenen Modelle die realen Daten nur bedingt wiedergeben, da diese für die quasistatische Verschiebung (siehe Kap. 3) für unterschiedliche Belastungsfälle entwickelt wurden (wie etwa die einfache Platte, ein sehr dünnwandiges Rohr, unterschiedliche Belastungswerkzeuge, doppelte Punktlast gegenüber Einzelkraft auf frei liegendes Rohr). Weiterhin fließen in die meisten Lösungen nicht alle wirkenden Parameter wie beispielsweise Innendruck oder Länge ein.

Zur Erfassung der Güte der Übereinstimmung von den realen Werten  $y$  mit den berechneten Literaturwerten  $x$  wird hier die lineare Regression nach der Methode der kleinsten Quadrate nach Gauß angewendet [110]. So wird die allgemeine Gleichung der linearen Geraden wiedergegeben durch

$$y = m_a x + b \quad (6.1)$$

Hier wird aus den Koordinaten  $x_i$  und  $y_i$  der  $n$  Wertepaare die Steigung  $m_a$  berechnet mit

$$m_a = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}) \cdot (y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \quad (6.2)$$

sowie der  $y$ -Achsenabschnitt  $b$  mit

$$b = \frac{n \sum_{i=1}^n x_i y_i - \sum_{i=1}^n x_i \sum_{i=1}^n y_i}{n \sum_{i=1}^n x_i^2 - \left( \sum_{i=1}^n x_i \right)^2} \quad (6.3)$$

Die Mittelwerte  $\bar{x}$ ,  $\bar{y}$  berechnen sich zu

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad \text{und} \quad \bar{y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i \quad (6.4)$$

Da wie weiter oben bereits beschrieben wurde - beispielsweise wegen unterschiedlicher Belastungsfälle - keine vollkommene oder näherungsweise Übereinstimmung zu erwarten ist, wird hier der Wert der Steigung  $m_a$  nicht näher betrachtet. Dagegen wird im Wesentlichen Wert auf die funktionale Abhängigkeit von realen und mit den Literaturlösungen berechneten Werten gelegt. Für die Prüfung der funktionalen Abhängigkeit von den realen Werten  $y_i$  und den berechneten Literaturwerten  $x_i$  wurde der Korrelationskoeffizient  $r_{xy^*}$  [111] benutzt mit

$$r_{xy^*} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}} \quad (6.5)$$

Der Korrelationskoeffizient errechnet sich zu einem Wert zwischen  $-1$  und  $1$ . Dabei zeigt  $r_{xy^*}$  von  $1$  auf einen direkten funktionalen Zusammenhang, also eine vollkommene Übereinstimmung der Regressionsgeraden mit allen verwendeten Werten ohne das Auftreten einer Streuung. Je größer die Streuung der Datenpunkte ist, desto mehr weicht der Korrelations-

koeffizient vom Idealwert 1 ab. Bei einem Wert des Korrelationskoeffizienten von  $r_{xy^*}$  von 0 zeigt sich die Unabhängigkeit der Werte, also ein stochastischer Zusammenhang. Bei einer ungleichsinnigen Korrelation ohne Streuung ergibt sich ein Korrelationskoeffizient von  $r_{xy^*}$  von -1, bei dem zu großen Werten von  $y_i$  kleine Werte von  $x_i$  gehören und umgekehrt. Dies bedeutet eine Regressionsgerade mit negativer Steigung. Je größer die Abweichung der Steigung  $m$  von 1 ist, desto mehr weicht der Korrelationskoeffizient vom Idealwert 1 ab.

Für einen Vergleich von realen Werten mit berechneten Literaturergebnissen ist die statistische Bewertung mit der Methode der kleinsten Quadrate nach Gauß dann physikalisch sinnvoll, wenn zu sehr kleinen realen Werten auch sehr kleine berechnete Literaturergebnisse gehören sowie wenn sehr großen realen Werten auch sehr große berechnete Literaturergebnisse entsprechen. Dieses bedeutet einen Verlauf der berechneten Regressionsgerade durch die Nähe des Koordinatenursprungs. Als Hauptbewertung kann dann der Korrelationskoeffizient verwendet werden. Mit Hilfe einer Vorbewertung muss vorab jedoch sichergestellt werden, dass bei der Hauptbewertung nur die Literaturlösungen betrachtet werden, deren Regressionsgerade in der Nähe des Koordinatenursprungs verläuft. Die statistische Bewertung wird aus diesem Grund unterteilt in eine Vorbewertung und eine nachfolgende Hauptbewertung.

### 6.1.1 Hauptbewertung der Literaturlösungen

Als Kriterium für die Güte der Literaturlösungen bei der Hauptbewertung wird nachfolgend der Korrelationskoeffizient  $r_{xy}$  verwendet. Dabei ist bei der Bewertung der Literaturlösung diejenige am besten, die den höchsten Korrelationskoeffizienten aufweist. Da bei einer guten Wiedergabe der realen Werte durch die Literaturlösungen sehr kleine reale bzw. berechnete Werte in der Nähe des Nullpunktes liegen, wird die Regressionsgerade so berechnet, dass sie genau durch den Ursprung des Koordinatensystems führt. Um dies zu gewährleisten, werden rechnerisch die Mittelwerte  $\bar{x}$  und  $\bar{y}$  zu Null gesetzt; d.h. aus  $r_{xy^*}$  nach Gl. (6.5) wird

$$r_{xy} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i}{\sqrt{\sum_{i=1}^n x_i^2 \sum_{i=1}^n y_i^2}} \quad (6.6)$$

### 6.1.2 Vorbewertung der Literaturlösungen

Zur Hauptbewertung werden durch eine Vorbewertung nur die Literaturlösungen zugelassen, deren Regressionsgerade in der Nähe des Koordinatenursprungs verläuft. Zur Überprüfung dieser Vorgabe soll als Kriterium im Weiteren die Entfernung der Regressionsgerade vom

Koordinatenursprung dienen. Hier wird als maximaler Grenzwert der y-Achsenabstand  $b$  betragsmäßig mit dem halben Mittelwert, d.h.  $\bar{y}/2$  verwendet. Dies bedeutet mit dem bezogenen y-Achsenabschnitt  $b^*$  für die Vorbewertung

$$b^* = |b/\bar{y}| \leq 0,5 \quad (6.7)$$

Der Zusammenhang von Korrelationskoeffizient und Streuung ist anschaulich in Anhang 10 dargestellt. Hier sind die bei der Regression verwendeten Gleichungen zusammengefasst.

Die statistische Vor- und Hauptbewertung erfolgte anhand charakteristischer Punkte für die elastische und plastische Verschiebung sowie für den elastischen-plastischen Übergang des quasistatischen Kraft-Verschiebungs-Verlaufes. Für die elastische Verschiebung wurden dazu die Koordinaten  $w_{0,e}$  und  $F_{0,e}$  des elastischen Grenzpunktes  $P_{0,e}$  verwendet. Zur Bewertung des Übergangs von elastischer zu bleibender Verschiebung wurden je nach Modell entweder die Koordinaten des Grenzpunktes  $P_0$  oder die des elastischen Grenzpunktes  $P_{0,e}$  benutzt. Anhand der Koordinaten des Hilfspunktes  $P_4$  wurden die Lösungen für den bleibenden Verschiebungsverlauf betrachtet, um bei möglichst großen Messwerten einen Messfehler zu minimieren. Die Hilfspunkte  $P_1$ ,  $P_2$  und  $P_3$  wurden hier nicht zur statistischen Bewertung verwendet. Insgesamt wurden 131 quasistatische Kraft-Verschiebungs-Verläufe aus numerischen Rechnungen und Experimenten an Platten oder Rohren ausgewertet. Diese untergliedern sich in 88 Experimente an frei aufliegenden Stahlrohren, 21 rechnerische Verläufe von Rohren, 15 Versuche an eingeerdeten Rohren und 7 Experimente an Kreisplatten. Die Unterteilung der zur statistischen Bewertung verwendeten unterschiedlichen Rechen- und Versuchstypen ist in Tab. 6.1 zusammengefasst.

<b>Typ</b>	<b>kein oder geringer Innendruck <math>P_i</math> bis 1 MPa</b>	<b>hoher Innendruck <math>P_i</math> über 1 MPa</b>
Platte	7	-
Experiment am Rohr	27 (+ 6)	61 (+ 9)
Rechnung am Rohr	4	17

**Tab. 6.1:** Anzahl und Unterteilung der bewerteten Rechen- oder Versuchstypen über den gesamten Kraft-Verschiebungs-Verlauf, (+ n) bedeutet n zusätzliche Ergebnisse an eingeerdetem Stahlrohr mit Bestimmung der bleibenden Verschiebung

Da die numerischen Rechnungen die Versuchswerte gut wiedergeben, werden beide gemeinsam bewertet. Die Bewertung der Literaturlösungen wurde für alle Versuche und numerische Rechnungen unabhängig von der Innendruckbelastung durchgeführt. Da einige Literaturlösungen den Innendruck nicht berücksichtigen, erfolgte die Bewertung zusätzlich nur für die Versuche und numerischen Rechnungen mit sehr geringer Innendruckbelastung bis

1 MPa. Als Kriterium für die Güte der Literaturlösungen soll der höchste Korrelationskoeffizient nach Gl. (6.6) aus der Betrachtung für den gesamten Innendruckbereich und mit sehr geringem Innendruck verwendet werden.

## 6.2 Bewertung der Literaturansätze für die elastische Verschiebung

Zur statistischen Bewertung der Literaturansätze für die elastische Verschiebung wurden die Koordinaten des elastischen Grenzpunktes  $P_{0,e}$  aus den 88 Experimenten an frei gelagerten Rohren verwendet. Da der elastische Grenzpunkt bei den 21 numerischen Rechnungen nur ungenau zu bestimmen ist und sich aus den Versuchen nahezu dieselben Werte für die elastische Steigung aus dem elastischen Grenzpunkt  $P_{0,e}$  und aus dem Grenzpunkt  $P_0$  ergaben, wurden hier die Werte für den Grenzpunkt  $P_0$  benutzt. Dabei ergeben. Getrennt nach Literaturansätzen mit oder ohne Berücksichtigung des Innendrucks werden die Ergebnis für die einzelnen Modelle nachfolgend wiedergegeben. Dazu werden die realen Verläufe an Stahlrohren mit einem sehr niedrigen Innendruck unter 1 MPa wie die ohne Innendruck betrachtet. Nach der Vorbewertung erfolgt die Hauptbewertung der Literaturlösungen für die elastische Verschiebung.

### 6.2.1 Vorbewertung für elastische Verschiebung unter Innendruckbelastung

Die Lösungsansätze für die elastische Verschiebung über den gesamten Innendruckbereich, d.h. vom innendrucklosen Zustand bis zu sehr hohem Innendruck werden in den drei Gruppen der theoretischen, theoretisch/experimentellen und rein experimentellen Herleitung getrennt betrachtet. Das Ergebnis der statistischen Vorbewertung nach Kap. 6.1 ist in Tab. 6.2 zusammengefasst.

#### **Theoretisch hergeleitete Ansätze nach Gln. (3.9-3.17) und tab. Lösung von Bijlaard**

Bei der Betrachtung sämtlicher theoretisch hergeleiteter Literaturansätze weisen die berechneten Korrelationskoeffizienten  $r_{xy}^*$  zwischen 0,560 und 0,727 sehr große Unterschiede auf. Die Werte für den bezogenen y-Achsenabschnitt  $b^*$  zwischen 0,36 und 0,85 zeigen hohe Werte und Abweichungen untereinander. Nur die Lösungen von Yuan und Yuan, Ting zeigen Werte von  $b^*$  unter 0,5 (Ergebnisse fett gedruckt). Die meisten theoretisch hergeleiteten Gleichungen zeigen nur für dünnwandige Rohre eine gute Näherung der Literaturwerte.

#### **Theoretisch/experimentell hergeleitete Ansätze, Gleichungen (3.18, 3.22, 3.25)**

Die durch Versuchsergebnisse an theoretische Ansätze angepassten Literaturlösungen von Roark, Enis und Spiekhout geben die entsprechenden realen Werte mit den Parametern

Autor	Gl.	Anzahl der Werte	Herleitung	$r_{xy}^*$	$b^*$	
Yuan [35]	(3.9)	109	theoretisch	0,727	<b>0,46</b>	
Yuan, Ting [41]	(3.10)			0,560	<b>0,36</b>	
Morley [39]	(3.11)			0,668	0,65	
Buchwald [40]	(3.12)			0,668	0,65	
Lukasiewicz [42]	(3.13)			0,668	0,65	
Calladine [43]	(3.14)			0,668	0,65	
Lukasiewicz [42]	(3.15)			0,569	0,85	
Cannata [47]	(3.16)			0,625	0,84	
Timoshenko [48, 49]	(3.17)			0,592	0,78	
Bijlaard [44, 45]	tab.			0,644	0,54	
Roark [52]	(3.18)			theoretisch/ experimentell	0,592	0,78
Spiekhout [58, 59]	(3.22)				0,803	<b>0,41</b>
Enis et al. [61, 62]	(3.25)				0,587	0,79
Ellinas [53, 54]	(3.19)		experimentell	0,547	0,71	
Oliviera [55]	(3.20)			0,389	0,74	
Jones, Shen [56, 57]	(3.21)			0,389	0,74	
Peech [60]	(3.23)			0,579	<b>0,38</b>	
Peech [60]	(3.24)			0,510	<b>0,39</b>	

Tab. 6.2: Ergebnis der statistischen Vorbewertung für die Literaturansätze zur Berechnung der quasistatischen elastischen Verschiebung über den gesamten Innendruckbereich ( $b^*$  unter 0,5 fettgedruckt)

ausreichend gut wieder, auf die die entsprechende Lösung angepasst wurde. Exemplarisch ist dies für die Lösung nach Spiekhout für die gerade noch elastische Verschiebung  $w_{0,e}$  in Abb. 6.1 dargestellt. Diese Literaturlösung zeigt den höchsten Korrelationskoeffizienten  $r_{xy}^*$  von 0,803. Sie basiert auf Experimenten an Rohren mit Werten für den Durchmesser von 133 bis 324 mm und zeigt eine gute Übereinstimmung für Versuche an Durchmessern von etwa 200 bis 500 mm. Dabei liegen die meisten realen Werte für den Durchmesser von etwa 200 mm höher als der berechnete Wert. Für Durchmesserwerte von etwa 500 mm zeigen die berechneten Ergebnisse und die real bestimmten Werte für die gerade noch elastische Verschiebung ähnliche Werte. Für Werte des Durchmessers von ca. 1200 mm liegen die meisten berechneten Werte über den realen Ergebnissen. Informativ ist die Linie der vollkommenen Übereinstimmung mit der Bezeichnung Linie 1:1 eingezeichnet. Die Korrelationskoeffizienten  $r_{xy}^*$  für die theoretisch/experimentell hergeleiteten Ansätze wurden mit Werten zwischen 0,587 und 0,803 bestimmt. Der Lösungsansatz von Spiekhout mit dem höchsten Korrelationskoeffizienten  $r_{xy}^*$  von 0,803 ist mit der einzige Ansatz mit einem bezogenen y-Achsenabschnitt  $b^*$  unter 0,5.

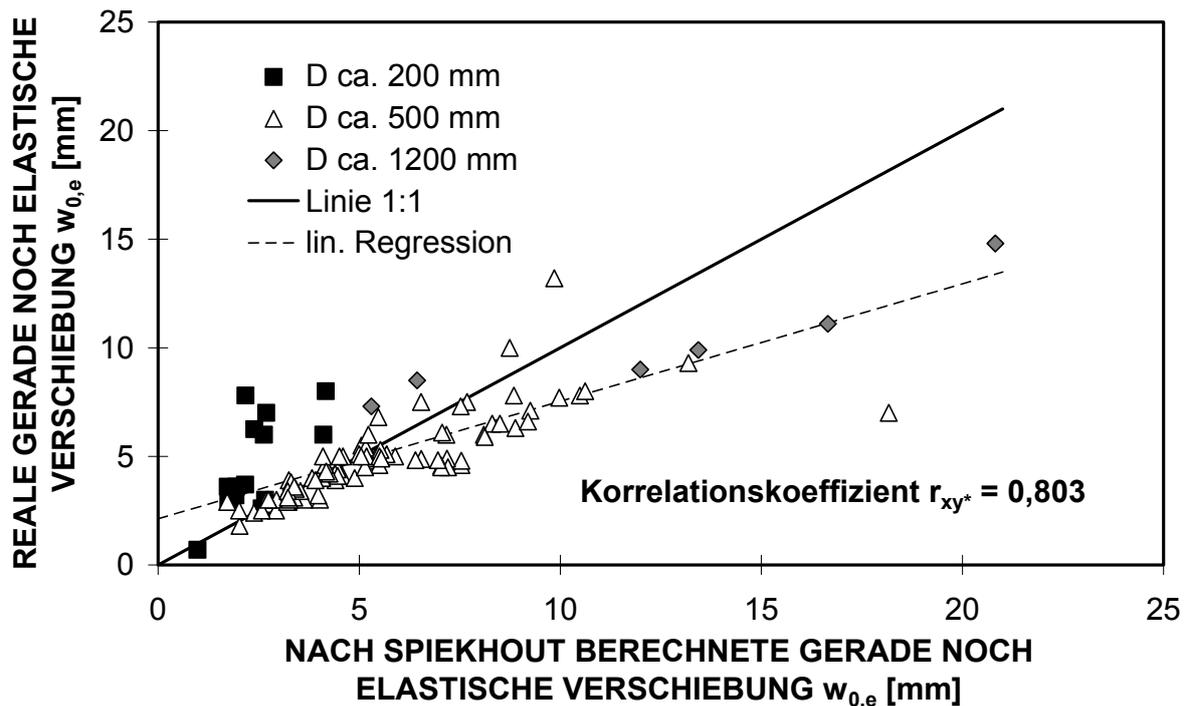


Abb. 6.1: Vergleich realer Ergebnisse mit den nach Spiekhout (Gl. (3.22)) berechneten Werten für die gerade noch elastische Verschiebung  $w_{0,e}$  (gesamter Innendruckbereich)

### Experimentell hergeleitete Ansätze, Gleichungen (3.19-3.21, 3.23, 3.24)

Die experimentell hergeleiteten Lösungsansätze aus der Literatur zeigen mit etwas niedrigeren Werten für den Korrelationskoeffizienten  $r_{xy^*}$  von 0,389 bis 0,579 eine größere Streuung der realen Werte als die Streuung für die theoretischen oder experimentellen/theoretischen Ansätze. Hier zeigen nur die beiden Lösungen von Peech Ergebnisse für den bezogenen Wert y-Achsenabschnitts  $b^*$  von weniger als 0,5. In Abbildung 6.2 ist für die Berechnung nach Peech mit dem Korrelationskoeffizient von  $r_{xy^*}$  von 0,579 das Ergebnis für das experimentell hergeleitete Modell mit dem höchsten Korrelationskoeffizienten  $r_{xy^*}$  dargestellt. Für diese einfache Gleichung ist keine Linie 1:1 dargestellt, da von Peech nur eine Proportionalität zwischen Kraft und Verschiebung angegeben wurde. Abbildung 6.2 verdeutlicht stellvertretend den Einfluss des Innendrucks mit der resultierenden Umfangsspannung. Die Datenpunkte aus den realen Versuchen oder numerischen Rechnungen mit einer Umfangsspannung  $\sigma(u)$  aus dem Innendruck nahe Null liegen hauptsächlich oberhalb der Regressionsgeraden. Diejenigen Datenpunkte mit einer Umfangsspannung von etwa 70% der Streckgrenze  $R_p$  liegen vorwiegend unterhalb der Regressionsgerade und diejenigen mit einer Umfangsspannung von etwa 40% der Streckgrenze  $R_p$  liegen im Bereich der Regressionsgerade.

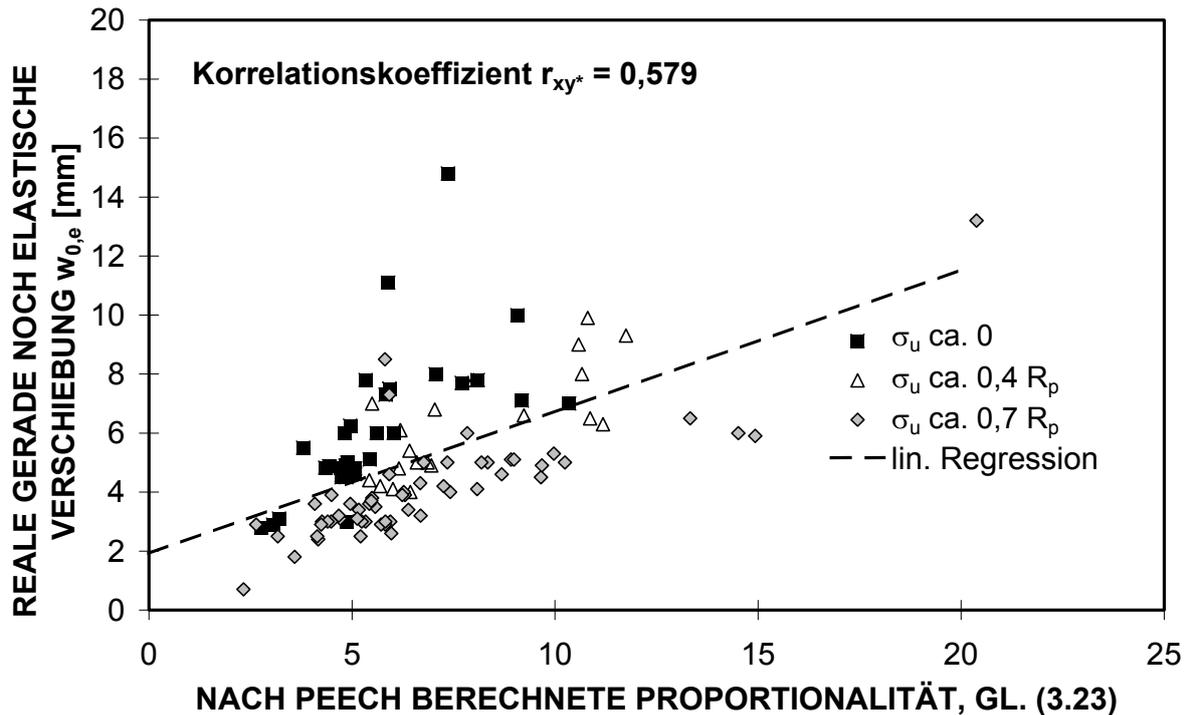


Abb. 6.2: Anwendung der experimentell hergeleiteten Proportionalität nach Peech (Gl.(3.23)) auf die realen Werte für die gerade noch elastische Verschiebung  $w_{0,e}$  mit dem Einfluss der Umfangsspannung  $\sigma(u)$

### 6.2.2 Vorbewertung für elastische Verschiebung unter sehr geringer Innendruckbelastung

Für die Vorbewertung der Literaturlösungen anhand der realen Werte aus Versuchen und numerischen Rechnungen unter sehr geringer Innendruckbelastung wurden die 27 Ergebnisse aus Experimenten und die 4 numerischen Rechnungen mit einem sehr niedrigen Innendruck unter 1 MPa betrachtet. Dabei wurden die Lösungsansätze so wie in Tab. 6.2 in die theoretische, in die theoretisch/experimentelle und in die rein experimentelle Herleitung unterteilt. Das Ergebnis der statistischen Vorbewertung ist in Tab. 6.3 zusammengefasst.

#### Theoretisch hergeleitete Ansätze, Gleichungen (3.9-3.17) sowie Bijlaard

Die meisten der theoretisch hergeleiteten und auf der Annahme einer dünnwandigen Kreiszyklinderschale basierenden Ansätze zeigen für dünnwandige Rohre eine bessere Näherung der realen Werte. Für dickwandige Rohre ergeben sich hier größere Abweichungen von realen Werten und berechneten Ergebnissen. Als Beispiel dafür sind in Abb. 6.3 die realen Werte der gerade noch elastischen Verschiebung  $w_{0,e}$  in Abhängigkeit von den mit Gl. (3.10) nach Yuan und Ting berechneten Werten dargestellt. Die geringste Abweichung zeigen hier die Ergebnisse für kleine Wanddickenwerte  $s$  von etwa 4 mm. Je größer die Wanddicke ist, desto

Autor	Gl.	Anzahl der Werte	Herleitung	$r_{xy}^*$	$b^*$
Yuan [35]	(3.9)	31	theoretisch	0,812	<b>0,343</b>
Yuan, Ting [41]	(3.10)			0,771	<b>0,264</b>
Morley [39]	(3.11)			0,704	0,545
Buchwald [40]	(3.12)			0,704	0,545
Lukasiewicz [42]	(3.13)			0,704	0,545
Calladine [43]	(3.14)			0,704	0,545
Lukasiewicz [42]	(3.15)			0,537	0,784
Cannata [47]	(3.16)			0,744	0,734
Timoshenko [48, 49]	(3.17)			0,615	0,674
Bijlaard [44, 45]	tab.			0,697	0,530
Roark [52]	(3.18)		theoretisch/ experimentell	0,615	0,674
Spiekhout [58, 59]	(3.22)			0,704	0,533
Enis et al. [61, 62]	(3.25)			0,607	0,685
Ellinas [53, 54]	(3.19)		experimentell	0,544	0,629
Oliviera [55]	(3.20)			0,453	0,744
Jones, Shen [56, 57]	(3.21)			0,453	0,744
Peech [60]	(3.23)			0,670	<b>0,084</b>
Peech [60]	(3.24)			0,612	<b>0,155</b>

Tab. 6.3: Ergebnis der statistischen Vorbewertung für die Literaturansätze zur Berechnung der elastischen Verschiebung (sehr geringer Innendruck,  $b^*$  unter 0,5 fettgedruckt)

größer wird die Abweichung von der Linie 1:1. Der Korrelationskoeffizient liegt für diesen Ansatz bei  $r_{xy}^*$  von 0,771, der bezogene y-Achsenabschnitt  $b^*$  wurde zu 0,264 bestimmt.

Die beste Korrelation aller Lösungen wurde für den mit Gl. (3.9) nach Yuan berechneten Ansatz mit dem höchsten Korrelationskoeffizienten von 0,812 erzielt. Hier liegt das Streuband der realen Werte von dickwandigen Rohren mit Werten des Radius-Wanddicken-Verhältnisses  $R/s$  von ca. 10 über dem Streuband für Rohre mit  $R/s$  von ca. 20; das Streuband der realen Werte der dünnwandigen Rohre mit  $R/s$  von ca. 30 liegen dabei noch tiefer (Abb. 6.4).

Bei Betrachtung sämtlicher theoretisch hergeleiteter Literaturansätze weisen die für niedrige Innendruckwerte berechneten Korrelationskoeffizienten  $r_{xy}^*$  zwischen 0,537 und 0,812 große Unterschiede auf, liegen allerdings meist höher als bei der Betrachtung für alle Innendruckwerte. Die Ergebnisse für den bezogenen y-Achsenabschnitt  $b^*$  liegen mit Werten zwischen 0,264 und 0,784 niedriger als bei der Betrachtung für alle Innendruckwerte. Erneut ergaben als einzige die Literaturlösungen von Yuan und Yuan, Ting Werte für  $b^*$  von unter 0,5.

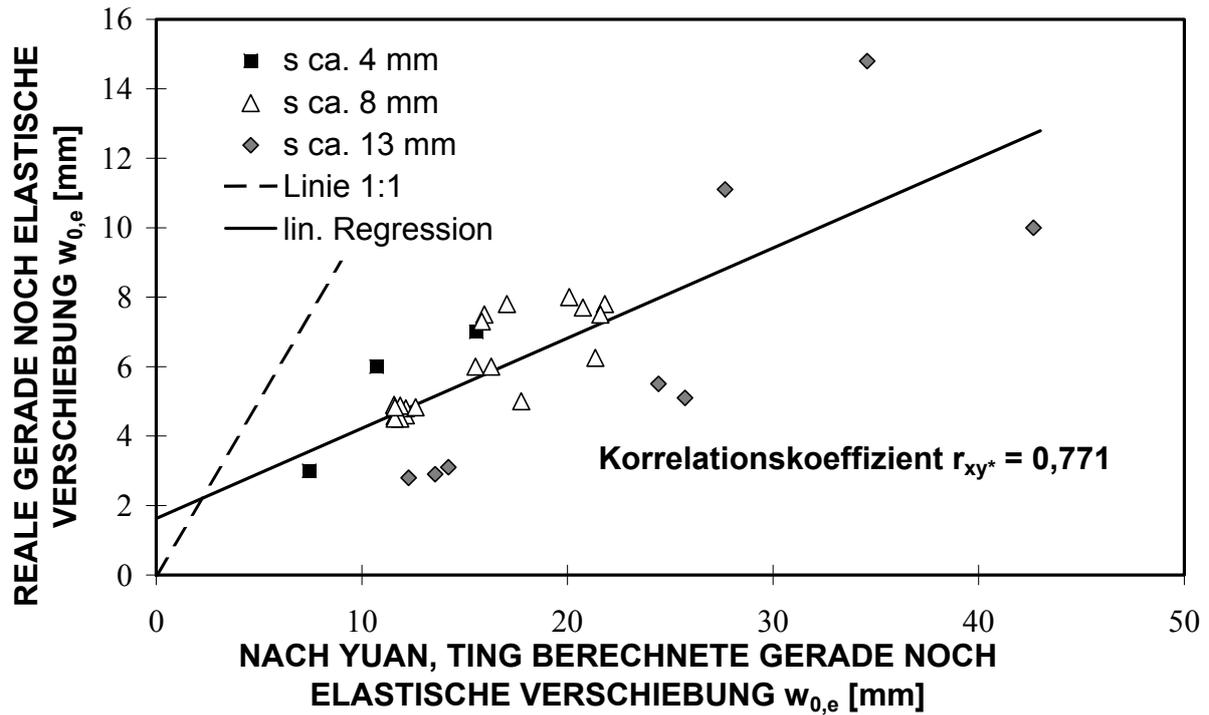


Abb. 6.3: Vergleich realer Ergebnisse mit den nach Yuan, Ting berechneten Literaturwerten für die gerade noch elastische Verschiebung  $w_{0,e}$  (theoretische Herleitung)

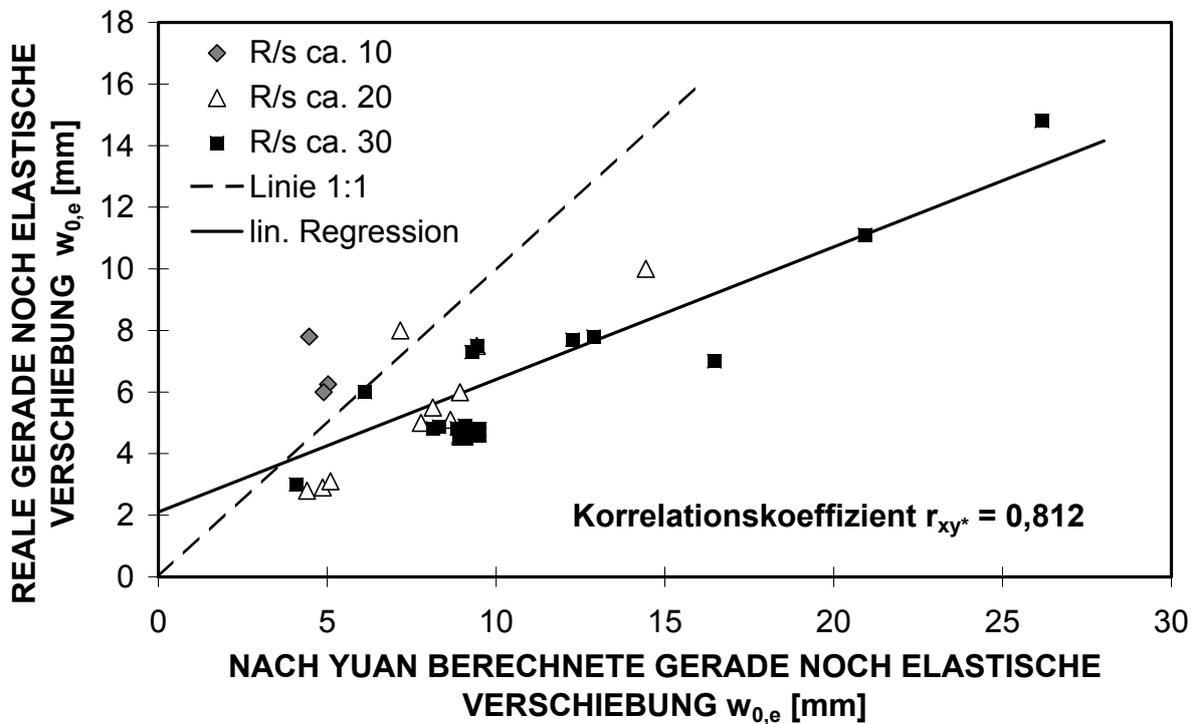


Abb. 6.4: Vergleich realer Ergebnisse mit den nach Yuan berechneten Werten für die gerade noch elastische Verschiebung  $w_{0,e}$  (theoretische Herleitung)

**Theoretisch/experimentell hergeleitete Ansätze, Gleichungen (3.18, 3.22, 3.25)**

Die durch Versuchsergebnisse an theoretische Ansätze angepassten Bestimmungsgleichungen von Roark, Enis und Spiekhout geben – wie schon in Kap. 6.2.1 beschreiben - die entsprechenden realen Werte mit den Parametern ausreichend gut wieder, auf die der entsprechende Lösungsansatz angepasst wurde. Die Korrelationskoeffizienten  $r_{xy}^*$  für die theoretisch/experimentell hergeleiteten Ansätze wurden mit Werten zwischen 0,607 und 0,704 bestimmt. Sie zeigen in der Regel eine größere Streuung der Werte als die theoretisch hergeleiteten Ansätze. Der Ansatz von Spiekhout zeigt für diese Gruppe den höchsten Korrelationskoeffizienten  $r_{xy}^*$  von 0,704. Keine der Literaturlösungen ergab einen Wert für  $b^*$  von unter 0,5.

**Experimentell hergeleitete Ansätze, Gleichungen (3.19-3.21, 3.23, 3.24)**

Die experimentell hergeleiteten Lösungsansätze aus der Literatur zeigen mit Werten für den Korrelationskoeffizienten  $r_{xy}^*$  von 0,453 bis 0,670 in der Regel eine größere Streuung von realen und Literaturwerten als die Streuung der theoretischen oder experimentellen/theoretischen Ansätze. Wie in Tab. 6.2 ergaben als einzige die Literaturlösungen von Peech Werte für  $b^*$  von unter 0,5.

**6.2.3 Hauptbewertung der Literaturansätze für die elastische Verschiebung**

Wie weiter oben beschrieben wird als Kriterium für die Hauptbewertung der Güte der Literaturlösungen der Korrelationskoeffizient  $r_{xy}$  so verwendet, dass die Regressionsgerade durch den Ursprung des Koordinatensystems führt. Dieses Vorgehen wird jedoch nur für die Literaturansätze angewendet, deren Regressionsgerade einen y-Achsenabstand  $b$  mit maximal dem halben Mittelwert  $|\bar{y}/2|$  ergab, also  $b^*$  kleiner gleich 0,5 (s. fettgedruckte Werte für  $r_{xy}^*$  in Tab. 6.2 und 6.3). Das Ergebnis der Hauptbewertung ist in Tab. 6.4 dargestellt.

Autor	Gl.	Herleitung	$r_{xy}$ <b>P<sub>i</sub> bis max. 1 MPa</b>	$r_{xy}$ <b>alle P<sub>i</sub></b>
Yuan [35]	(3.9)	theoretisch	0,965	0,935
<b>Yuan, Ting [41]</b>	<b>(3.10)</b>		<b>0,966</b>	0,934
Spiekhout [58, 59]	(3.22)	theoretisch/experimentell	(-)	0,950
Peech [60]	(3.23)	experimentell	0,960	0,934
Peech [60]	(3.24)		0,954	0,929

**Tab. 6.4:** Ergebnis der statistischen Hauptbewertung für die Literaturansätze zur Berechnung der elastischen Verschiebung, (-) bedeutet  $b^*$  über 0,5

Für einen niedrigen Innendruck bis maximal 1 MPa ergeben die Lösungsansätze von Yuan sowie von Yuan und Ting neben den beiden Lösungen von Peech einen ähnlich hohen Korrelationskoeffizienten von ca. 0,96. Hier liegt der höchste Wert mit 0,966 bei der Lösung

von Yuan und Ting. Da der Innendruck nicht in diesen Gleichungen enthalten ist, zeigen diese Ansätze für den gesamten Innendruckbereich einen niedrigeren Korrelationskoeffizienten. Für den gesamten Innendruckbereich ergibt die Lösung von Spiekhout im Vergleich mit 0,950 den höchsten Korrelationskoeffizienten; dieser liegt jedoch niedriger als die Werte der oben genannten Literaturlösungen bei niedrigem Innendruck. Für niedrige Innendruckwerte bis zu 1 MPa ist für Spiekhout der Korrelationskoeffizient nicht angegeben, da die Vorbewertung einen zu hohen Wert für  $b^*$  ergab.

Zusammenfassend lässt sich für die Vorbewertung sowie für die Hauptbewertung feststellen, dass die realen Werte durch die vorhandenen Lösungsansätze aus der Literatur für die elastische Verschiebung der mit einer Einzelkraft belasteten Kreiszyinderschale unter Innendruck rechnerisch teilweise gut, teilweise - bei Betrachtung über den ganzen Parameterbereich - nur unzureichend wiedergegeben werden.

Dies beruht auf unterschiedlichen Gründen: Die Lösung der Differentialgleichung mit einem Fourieransatz geht von zwei um  $180^\circ$  versetzten radialen Punktlasten aus, wohingegen das mit einer flächigen Einzelkraft belastete Stahlrohr im Experiment und im numerischen Modell längs zur Rohrachse frei aufliegt. Sämtliche theoretischen Ansätze wurden nicht über einen weiten Parameterbereich analytisch gelöst, sondern basieren auf diversen Vereinfachungen. So gehen alle theoretisch hergeleiteten Lösungsmodelle von einer sehr dünnwandigen, punktförmig belasteten Schale aus. Die in der Praxis eingesetzten Stahlrohre lassen sich in diesem Sinne nur sehr eingeschränkt als dünnwandig bezeichnen. Die Frage, ob das radial eingreifende Beulwerkzeug hier als punktförmig angesehen werden kann, lässt sich an dieser Stelle noch nicht beantworten. Für die experimentell hergeleiteten Lösungsansätze werden die realen Werte besser wiedergegeben, für deren Parameterkombinationen diese hergeleitet wurden. Der höchste Korrelationskoeffizient für den elastischen Bereich ergibt sich für den theoretischen Ansatz von Yuan und Ting.

### **6.3 Bewertung der Literaturansätze für den Beginn bleibender Verschiebung**

Zur statistischen Bewertung der Ansätze für den Beginn der bleibenden Verschiebung wurden je nach Art des Ansatzes entweder für Gl. (3.26) die realen Werte der Grenzkraft  $F_0$  oder für die Gln. (3.30, 3.31) die der elastischen Grenzkraft  $F_{0,e}$  verwendet. Es wurden die schon in Kapitel 6.2 aufgeführten Kraft-Verschiebungs-Verläufe von frei gelagerten Stahlrohren bewertet. Die Ergebnisse für die elastische Grenzkraft aus den numerischen Berechnungen wurden bei der Bewertung nicht verwendet, da diese Werte nicht ausreichend genau bestimmt werden konnten (siehe Kap. 5.2). Ergebnisse aus Experimenten an Platten werden hier zwar betrachtet und diskutiert, gehen aber nicht in die statistische Auswertung mit ein.

### 6.3.1 Vorbewertung für den Beginn bleibender Verschiebung unter Innendruckbelastung

Das Ergebnis der Vorbewertung nach Kap. 6.1.2 für die Ansätze aus der Literatur für den Beginn bleibender Verschiebung für den gesamten Innendruckbereich ist in Tab. 6.5 zusammengefasst. Die Lösungsansätze von Lance, Prager und Onat nach den Gln. (3.27-3.29) wurden hier nicht betrachtet, da sich die Form des Beulwerkzeugs nicht durch die Geometriefunktion  $\bar{a}/\bar{R}$  beschreiben lässt. Die Lösungsansätze von Prager, Hopkins und von Enis ergaben mit 0,347 und 0,357 Werte für  $b^*$  von unter 0,5. Für den Ansatz von Spiekhout ergab sich nur ein für die Hauptbewertung zu hoher Wert von 0,593.

Autor	Gl.	Anzahl der Werte	Herleitung	$r_{xy^*}$	$b^*$
Prager, Hopkins [64]	(3.26)	109	theoretisch für Platte	0,872	<b>0,347</b>
Enis [61, 62]	(3.30)	88	experimentell	0,847	<b>0,357</b>
Spiekhout [58, 59]	(3.31)		Für Rohr	0,724	0,593

Tab. 6.5: Ergebnis der statistischen Vorbewertung der Lösungsansätze aus der Literatur zur Berechnung des Beginns bleibender Verschiebung des Stahlrohrs (gesamter Innendruckbereich,  $b^*$  unter 0,5 fettgedruckt)

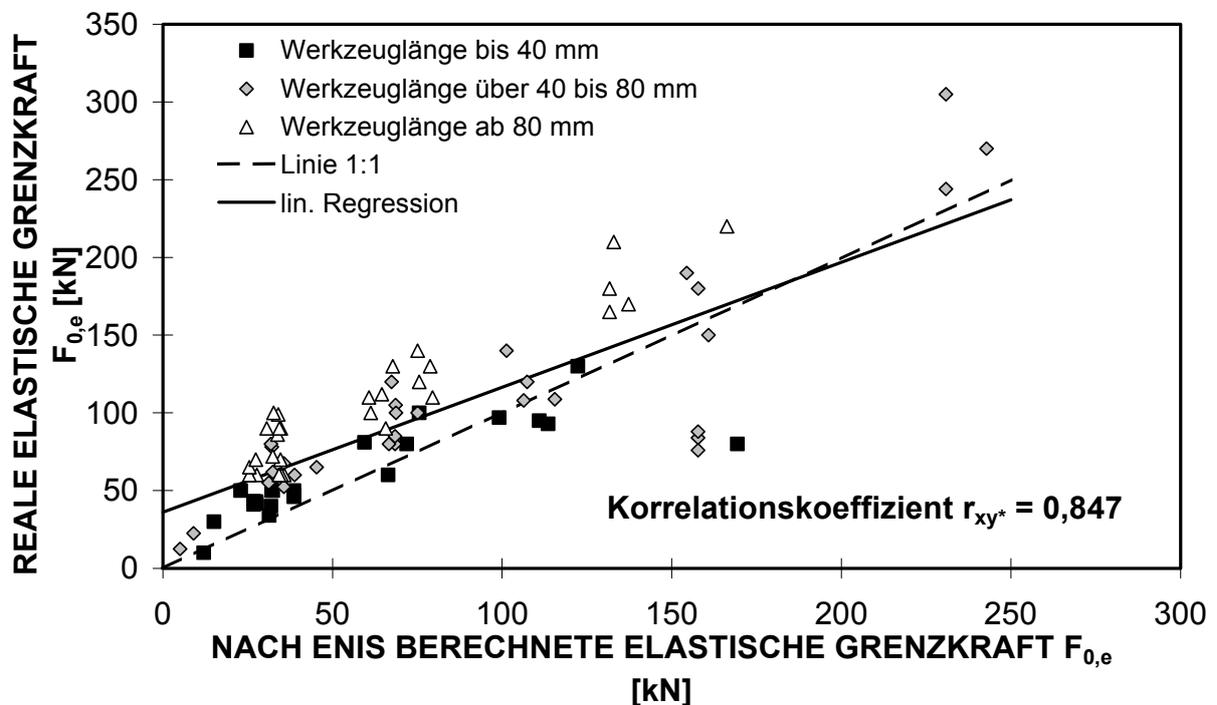


Abb. 6.5: Vergleich realer Ergebnisse mit den nach Enis berechneten Werten für die elastische Grenzskraft  $F_{0,e}$  (gesamter Innendruckbereich)

Für die Lösung von Enis zeigt Abb. 6.5 mit der Zunahme der Beulwerkzeuflänge ansteigende Abweichungen von realen und berechneten Werten. So liegen in Abb. 6.5 die Punkte für kleine Werte der Beulwerkzeuflänge im Bereich der Linie 1:1. Für größere Werte zeigen dagegen die Datenpunkte höhere reale Werte als Literaturergebnisse. Der nicht gut wiedergegebene Einfluss der Beulwerkzeuflänge ist hier zu erkennen.

### 6.3.2 Vorbewertung für den Beginn bleibender Verschiebung unter sehr geringer Innendruckbelastung

Bei der Vorbewertung für die realen Werte mit sehr niedrigem Innendruck (Tab. 6.6) zeigt sich ein qualitativ ähnliches Ergebnis wie bei den Werten über den ganzen Innendruckbereich (Tab. 6.5). Dabei ergab  $b^*$  bei allen drei Lösungsansätzen einen niedrigeren Wert unter 0,5. Wie für den gesamten Innendruckbereich ist der Lösungsansatz von Prager, Hopkins nach Gl. (3.26) derjenige mit dem höchsten Korrelationskoeffizienten  $r_{xy}^*$  und mit dem niedrigsten Wert des bezogenen y-Achsenabschnitt  $b^*$ .

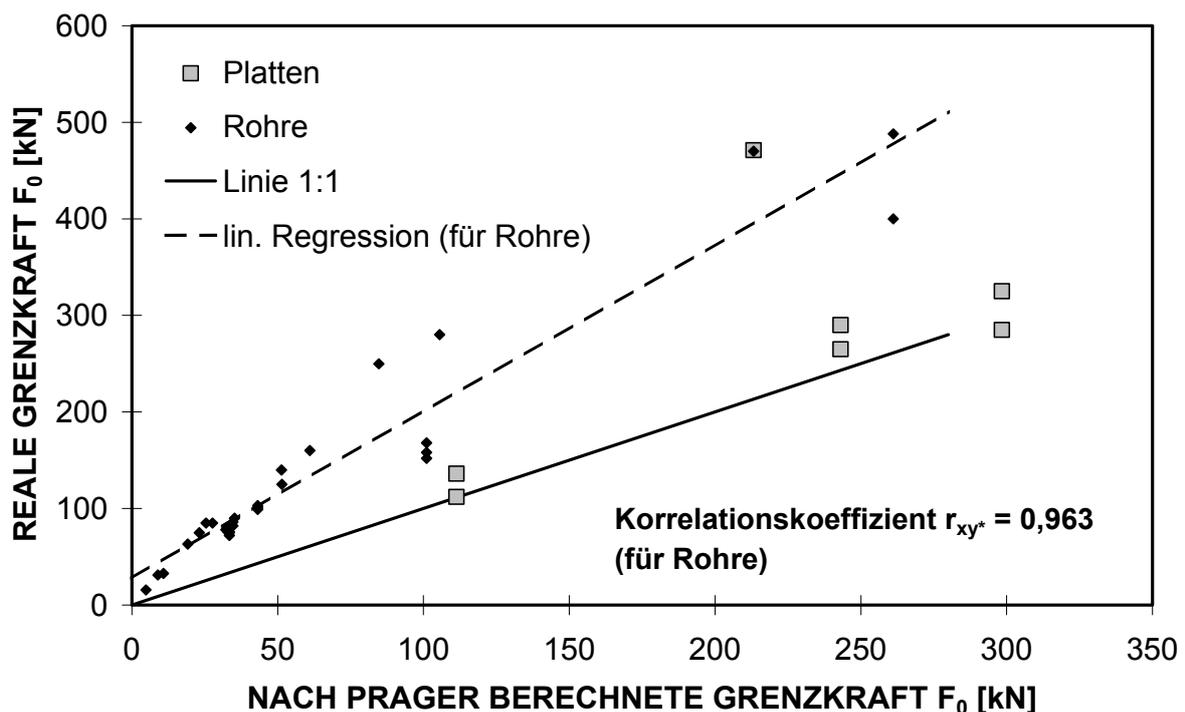


Abb. 6.6: Vergleich von realen Ergebnissen mit den nach Prager berechneten Werten für die Grenzskraft  $F_0$  (sehr geringe Innendruckbelastung)

Die niedrige Streuung für die theoretische Grenzskraft  $F_0$  von Rohren mit geringer Innendruckbelastung ist in Abb. 6.6 dargestellt. Das Streuband liegt etwa doppelt so hoch wie die Ergebnisse für die Plattenversuche. Bei diesen Versuchen zeigt sich neben einer geringen Streuung zusätzlich auf Grund der Datenpunktnähe zur Linie 1:1 eine gute Übereinstimmung mit der Theorie nach Prager mit Gl. (3.26).

Autor	Gl.	Anzahl der Werte	Herleitung	$r_{xy}^*$	$b^*$
Prager, Hopkins [64]	(3.26)	31	theoretisch für Platte	0,963	<b>0,202</b>
Enis [61, 62]	(3.30)	27	experimentell für Rohr	0,881	<b>0,291</b>
Spiekhout [58, 59]	(3.31)			0,907	<b>0,319</b>

Tab. 6.6: Ergebnis der statistischen Vorbewertung der Lösungsansätze aus der Literatur zur Berechnung des Beginns bleibender Verschiebung des Stahlrohrs (sehr geringe Innendruckbelastung,  $b^*$  unter 0,5 fettgedruckt)

### 6.3.3 Hauptbewertung der Literaturansätze für den Beginn bleibender Verschiebung

Das Ergebnis der Hauptbewertung nach Kap. 6.1.1 der nach der Vorbewertung verbleibenden Literaturansätze für den Beginn bleibender Verschiebung mit einer Regressionsgerade durch den Koordinatenursprung ist in Tab. 6.7 zusammengefasst. Es ergibt sich für den Ansatz von Prager und Hopkins der höchste Korrelationskoeffizient von 0,978 (Wert für sehr geringen Innendruck). Auch für den gesamten Innendruck ergibt sich für keine andere Literaturlösung ein höherer Korrelationskoeffizient. Die Werte für den Lösungsansatz von Enis und von Spiekhout liegen nur bei etwa 0,94 oder sind wegen einer nicht ausreichenden Vorbewertung bei Spiekhout für den gesamten Innendruck nicht berücksichtigt.

Autor	Gl.	Herleitung	$r_{xy}$ $P_i$ bis max. 1 MPa	$r_{xy}$ alle $P_i$
<b>Prager, Hopkins [64]</b>	<b>(3.26)</b>	theoretisch für Platte	<b>0,978</b>	0,946
Enis [61, 62]	(3.30)	experimentell für Rohr	0,940	0,939
Spiekhout [58, 59]	(3.31)		0,946	(-)

Tab. 6.7: Ergebnis der Hauptbewertung für die Literaturansätze zur Berechnung des Beginns bleibender Verschiebung, (-) bedeutet  $b^*$  über 0,5

Für die Versuche an Platten konnte für den Ansatz von Prager und Hopkins in Abb. 6.6 eine gute Übereinstimmung von realen Werten und berechneten Ergebnissen gezeigt werden. Daher lässt sich folgern, dass das Verhalten des schwach gekrümmten Stahlrohrs lokal gut mit dem Verhalten der Platte zu vergleichen ist. Wie von Enis bereits in Gl. (3.30) angewendet wurde, kann damit der Ansatz von Prager und Hopkins qualitativ auch auf das Stahlrohr übertragen werden.

## 6.4 Bewertung der Literaturansätze für die bleibende Verschiebung

Zur Bewertung der Lösungsansätze für den bleibenden Anteil des Kraft-Verschiebungs-Verlaufes wurde stellvertretend der Hilfspunkt  $P_4$  mit der Kraft  $F_4$  und dem bleibenden Verschiebungsanteil  $w_{p,4}$  betrachtet. Hier ist nämlich mit den größten Werten für Kraft und Verschiebung der Bereich für ein Versagen der Rohrleitung durch Ermüdung bei großer Beultiefe oder infolge Durchstoßens der Rohrwand zu erwarten. Es wurden alle realen Werte von Rohren verwendet. Neben der Unterscheidung in die 124 Werte für den gesamten Innendruckbereich und die 37 Werte unter sehr niedrigem Innendruck wird zusätzlich in Ansätze zur Berechnung der Gesamtverschiebung von Rohren und zur Berechnung des bleibenden Verschiebungsanteils von Platten getrennt.

### 6.4.1 Vorbewertung für die bleibende Verschiebung unter Innendruckbelastung

Das Ergebnis der Vorbewertung der Lösungsansätze nach Kap. 6.1.2 für die bleibende Verschiebung anhand aller 124 Kraft-Verschiebungs-Verläufe von Rohren ist in Tab. 6.8 zusammengefasst.

Autor	Gl.	Anzahl der Werte	Lösung für	$r_{xy}^*$	$b^*$
Onat, Haythornthw. [70,72]	(3.32)	124	Bleibender Anteil der Verschiebung $w_p$ der Platte	0,833	<b>0,351</b>
Jones [73, 74]	(3.33)			0,830	<b>0,355</b>
Hodge [75]	(3.34)			0,832	<b>0,351</b>
Calladine [76]	(3.35)			0,839	<b>0,339</b>
Rzhanitsyn [78]	(3.36)			0,830	<b>0,355</b>
Rzhanitsyn [78]	(3.37)			0,830	<b>0,355</b>
Enis [61, 62]	(3.41)		Gesamtverschiebung $w$ des Rohrs	0,734	<b>0,315</b>
Ellinas und Walker [53,54]	(3.42)			0,167	0,925
de Oliviera [55]	(3.43)			0,134	0,892
Jones und Shen [56, 57]	(3.44)			0,134	0,892
Spiekhout [58, 59]	(3.45)			0,880	<b>0,258</b>
Steiner [1]	(3.49)			0,651	<b>0,022</b>

Tab. 6.8: Ergebnis der statistischen Vorbewertung der Lösungsansätze aus der Literatur zur Berechnung der Kraft  $F_4$  bei bleibender Verschiebung (gesamter Innendruckbereich  $b^*$  unter 0,5 fettgedruckt)

Die Bewertung der sechs Ansätze für den bleibenden Anteil der Verschiebung von Platten ergab sehr ähnliche Werte für  $b^*$  zwischen 0,339 und 0,355. Bei den sechs Ansätzen für die Gesamtverschiebung  $w$  wurde eine größere Spanne von 0,022 bis 0,925 errechnet.

Werte für  $b^*$  unter 0,5 ergaben sich für alle Plattenlösungen sowie die Rohransätze nach Enis, Spijkhout und Steiner. Für den Ansatz mit dem höchsten Korrelationskoeffizienten  $r_{xy}^*$  von 0,880 nach Spijkhout ist das Streuband der Ergebnisse in Abb. 6.7 dargestellt. Es zeigt sich hier mit der Zunahme der Umfangsspannung  $\sigma_u$  infolge des Innendrucks  $P_i$  eine ansteigende Abweichung von realen und berechneten Werten.

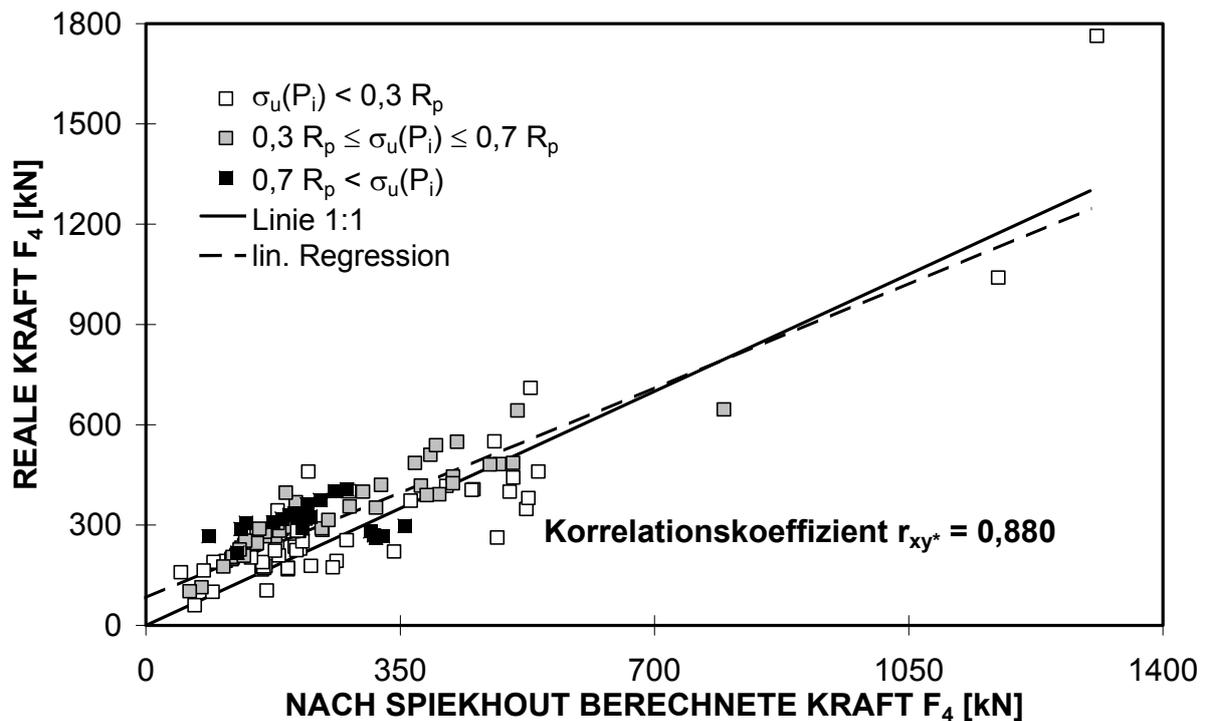


Abb. 6.7: Vergleich realer Ergebnisse mit den nach Spijkhout berechneten Werten für die Kraft  $F_4$  (gesamter Innendruckbereich)

#### 6.4.2 Vorbewertung für die bleibende Verschiebung unter sehr geringer Innendruckbelastung

Die Vorbewertung der realen Werte für die bleibende Verschiebung unter sehr niedriger Innendruckbelastung nach Kap. 6.1.2 ergab die in Tab. 6.9 zusammengefassten Werte. Im Vergleich zur Vorbewertung für den gesamten Innendruckbereich ergeben sich bis auf die Lösung von Enis höhere Werte für den Korrelationskoeffizienten  $r_{xy}^*$ . Bis auf die Lösung aus eigenen Arbeiten nach Gl. (3.49) ergaben sich betragsmäßig niedrigere Werte für  $b^*$ . Der Literaturansatz mit dem höchsten Korrelationskoeffizienten  $r_{xy}^*$  ist mit 0,960 der von Calladine nach Gl. (3.35).

Autor	Gl.	Anzahl der Werte	Lösung für	$r_{xy^*}$	$b^*$
Onat, Haythornthw. [70,72]	(3.32)	37	Bleibender Anteil der Verschiebung $w_p$ der Platte	0,956	<b>-0,183</b>
Jones [73, 74]	(3.33)			0,955	<b>-0,180</b>
Hodge [75]	(3.34)			0,956	<b>-0,183</b>
Calladine [76]	(3.35)			0,960	<b>-0,196</b>
Rzhanitsyn [78]	(3.36)			0,955	<b>-0,180</b>
Rzhanitsyn [78]	(3.37)			0,955	<b>-0,180</b>
Enis [61, 62]	(3.41)		Gesamtverschiebung $w$ des Rohrs	0,726	<b>0,048</b>
Ellinas und Walker [53,54]	(3.42)			0,378	0,853
de Oliviera [55]	(3.43)			0,613	0,663
Jones und Shen [56, 57]	(3.44)			0,613	0,663
Spiekhout [58, 59]	(3.45)			0,916	<b>0,036</b>
Steiner [1]	(3.49)			0,877	-0,96

Tab. 6.9: Ergebnis der statistischen Vorbewertung der Lösungsansätze aus der Literatur zur Berechnung der Kraft  $F_4$  bei bleibender Verschiebung (sehr geringer Innendruck,  $b^*$  unter 0,5 fettgedruckt)

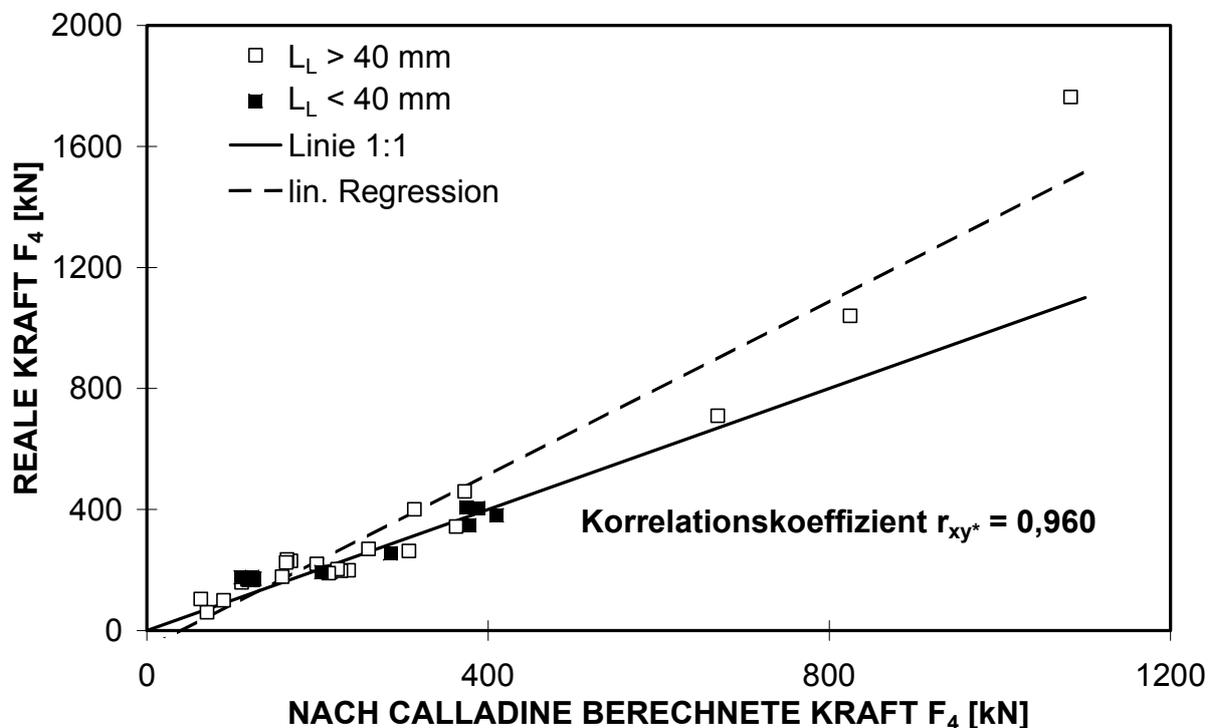


Abb. 6.8: Vergleich realer Ergebnisse mit den nach Calladine berechneten Werten für die Kraft  $F_4$  bei bleibender Verschiebung mit geringem Innendruck

Für die Berechnung mit dem Literaturansatz der besten Literaturlösung von Calladine ist die Punkteschar in Abb. 6.8 dargestellt. Das Streuband für die realen Werte unter sehr geringer Innendruckbelastung ist hier sehr schmal. Größere Abweichungen für die Daten mit kleinem oder großem Wert für die Beulwerkzeuglänge sind nicht zu erkennen.

### 6.4.3 Hauptbewertung der Literaturansätze für die bleibende Verschiebung

Für die nach der Vorbewertung verbleibenden Literaturansätze für die bleibende Verschiebung wurde die Hauptbewertung nach Kap. 6.1.1 mit einer Regressionsgerade durch den Koordinatenursprung durchgeführt. Das Ergebnis ist in Tab. 6.10 zusammengefasst. Es ergibt sich für die Lösung von Calladine für den bleibenden Anteil der Plattenverschiebung der höchsten Korrelationskoeffizient von 0,977 (sehr geringer Innendruck). Hervorzuheben ist hier, dass sämtliche Plattenlösungen ähnliche Werte wie die Ergebnisse von Calladine ergeben (siehe Tab. 6.10).

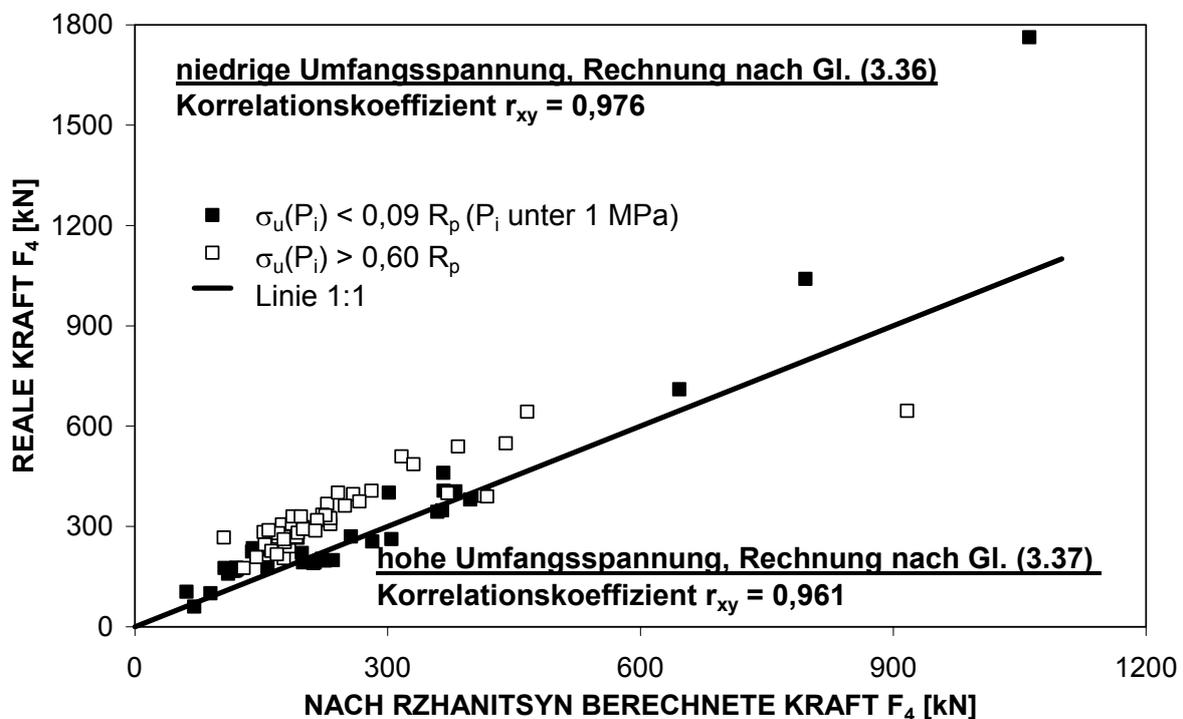
Hervorzuheben ist an dieser Stelle - wie bei der Bewertung für die elastische Verschiebung - erneut die Lösung von Spiekhout. Der Korrelationskoeffizient von 0,963 ist für den gesamten Innendruckbereich der höchste Wert, auch wenn dieser niedriger als der in Tab. 6.10 insgesamt höchste Werte von Calladine liegt.

Autor	Gl.	Lösung für	$r_{xy}$ $P_i$ bis max. 1 MPa	$r_{xy}$ alle $P_i$
Onat, Haythornthw. [70, 72]	(3.32)	Bleibender Anteil der Verschiebung $w_p$ der Platte	0,976	0,941
Jones [73, 74]	(3.33)		0,976	0,940
Hodge [75]	(3.34)		0,976	0,940
<b>Calladine [76]</b>	<b>(3.35)</b>		<b>0,977</b>	0,943
Rzhanitsyn [78]	(3.36)		0,976	0,940
Rzhanitsyn [78]	(3.37)		0,976	0,940
Enis [61, 62]	(3.41)	Gesamt- verschiebung $w$ des Rohrs	0,886	0,933
Spiekhout [58, 59]	(3.45)		0,960	0,963
Steiner [1]	(3.49)		0,936	(-)

Tab. 6.10: Ergebnis der Hauptbewertung für die Literaturansätze zur Berechnung der Kraft  $F_4$  bei bleibender Verschiebung, (-) bedeutet  $b^*$  über 0,5

Zusätzlich sollen hier die zwei Lösungen von Rzhanitsyn detaillierter betrachtet werden. Rzhanitsyn beschreibt einerseits mit Gl. (3.37) die bleibende Verschiebung der fest eingespannten Platte, andererseits mit Gl. (3.36) die der frei gelagerten Platte. Beide Lösungen beinhalten - so wie in Kap. 3.4 beschrieben - im direkten Vergleich einen Faktor

von zwei und lassen sich sinnvoll sortiert gut auf die realen Ergebnisse anwenden. So sind in Abb. 6.9 die realen Werte über den nach Rzhanitsyn berechneten Ergebnissen aufgetragen. Hier wurden die 37 realen Werte mit einem sehr geringen Innendruck unter 1 MPa (und daraus mit einer Umfangsspannung unter dem 0,09-fachen der Streckgrenze) mit der Lösung nach Gl. (3.6) für die frei gelagerte Platte berechnet. Dagegen wurden die 47 realen Werte mit einem sehr hohen Innendruck und daraus mit einer Umfangsspannung von über 60% der Streckgrenze  $R_p$  mit der Lösung nach Gl. (3.37) für die fest eingespannte Platte berechnet. Deutlich ist zu erkennen, dass die zwei entsprechenden Punktwolken näherungsweise deckungsgleich liegen. Die Korrelationskoeffizienten  $r_{xy}$  wurden hier mit ähnlich hohen Werten von 0,976 und 0,961 bestimmt, wobei vorwiegend die real bestimmten Werte etwas über den berechneten liegen (siehe Abb. 6.9). Daraus wird deutlich, dass das unterschiedliche Verhalten von freigelagerter oder fest eingespannte Platte gut mit dem unterschiedlichen Verhalten des Stahlrohrs mit niedriger oder hoher Innendruckbelastung zu vergleichen ist.



**Abb. 6.9:** Vergleich realer Ergebnisse mit den nach Rzhanitsyn berechneten Werten für die Kraft  $F_4$  von Rohren mit unterschiedlicher Innendruckbelastung

Zusammenfassend lässt sich für die elastische Verschiebung, für den Beginn bleibender Verschiebung und für den bleibenden Verschiebungsbereich feststellen, dass die analytischen Lösungsansätze aus der Literatur die realen Werte über den ganzen Parameterbereich teilweise nur mit großen Abweichungen wiedergeben. Die Streuung der mit den Literaturansätzen berechneten Werten ist für den elastischen Bereich sehr groß und nur für den Bereich der bleibenden Verschiebung - insbesondere für die Plattenlösungen bei sehr niedrigem Innendruck - verhältnismäßig gering. Kein Modell gibt über den kompletten Parameterbereich das Kraft-Verschiebungs-Verhalten mit dem Korrelationskoeffizienten ausreichend gut wieder. Die Wirkung der Beulwerkzeuglänge auf das Verschiebungsverhalten

wird nur bei Spiekhout durch Korrekturfunktionen berücksichtigt, die an Versuche mit eingeschränkten Abmessungen angepasst wurden. In anderen Lösungen fließt die Abmessung des verwendeten Beulwerkzeugs automatisch ein. Der Einfluss des Innendrucks wird – bis auf teilweise bei Spiekhout - in keinem Ansatz ausreichend gut beschrieben.

Basierend auf der Struktur der Literaturansätze, die die realen Werte mit niedriger Streuung am besten wiedergeben, wird daher im folgenden Kapitel ein gegenüber den Literaturlösungen verbessertes hybrides Lösungsmodell zur Beschreibung des quasistatischen Kraft-Verschiebungs-Verhaltens erarbeitet. Dieses verbesserte Lösungsmodell soll für den kompletten Bereich der wirkenden Parameter typischer Hochdruckleitungsrohre gültig sein.



## **7 Verbessertes Modell für das elasto-plastische Kraft-Verschiebungs-Verhalten**

Wie in Kap. 6 dargestellt wurde, existiert in der Literatur bislang kein ausreichend guter analytischer Lösungsansatz zur Berechnung des quasistatischen Kraft-Verschiebungs-Verlaufes über den kompletten Bereich der Parameter typischer Hochdruckrohrleitungen. Daher wird in Analogie zu bisher existierenden Modellen für ähnliche Belastungsfälle ein verbessertes quasistatisches Lösungsmodell mit sehr niedriger Abweichung zu den realen Werten erarbeitet. Als Basis dient dazu diejenige Literaturlösung, für die sich bei der statistischen Bewertung in Kap. 6 jeweils der höchste Korrelationskoeffizient  $r_{xy}$  ergab. Das verbesserte hybride Modell wird unterteilt in eine Lösung für die elastische Verschiebung, für den elastisch-plastischen Übergang sowie für den Verlauf der bleibenden Verschiebung. Neben den entsprechenden Werkstoffkennwerten werden als hauptsächlich wirkende Parameter der Durchmesser, die Wanddicke, die aus dem Innendruck resultierende Umfangsspannung sowie die Beulwerkzeuglänge einbezogen.

Mit der Anwendung des verbesserten hybriden Modells für quasistatische Belastung auf die Ergebnisse der dynamischen Versuche wird gezeigt, dass quasistatische und dynamische Belastung mit denselben Kraft-Verschiebungs-Verläufen den gleichen physikalischen Gesetzen folgen.

### **7.1 Allgemeines Lösungsmodell für den gesamten Parameterbereich**

Da für das komplexe Problem der lokalen Verschiebung eines mit einer Einzelkraft belasteten und innendruckbehafteten Stahlrohrs in der Literatur keine ausreichend gute geschlossene Lösung angegeben wurde, werden im Weiteren Modelle aus der Literatur mit unzureichender Genauigkeit übertragen bzw. ergänzt. Als Basis für eine verbesserte Lösung für die elastische Verschiebung, für den elastisch-plastisch Übergang sowie für den bleibenden Verschiebungsverlauf wird die Struktur der jeweils besten Literaturlösung, also der Lösung mit dem höchsten Korrelationskoeffizienten verwendet.

In allen Literaturlösungen wird der Einfluss von Durchmesser und Wanddicke parabolisch beschrieben. Dabei variieren die dazugehörigen Exponenten sehr stark in ihrer Höhe. Für die verbesserte Lösung für die elastische Verschiebung, den elastisch-plastisch Übergang sowie den bleibenden Verschiebungsverlauf wird der Einfluss der Parameter Wanddicke und Durchmesser ebenfalls mit parabolischen Einflussfunktionen  $f_n$  angenommen mit:

$$\text{Einfluss der Wanddicke} \quad f_n(s) = s^{E_{s,n}} \quad (7.1)$$

$$\text{Einfluss des Durchmessers} \quad f_n(D) = D^{E_{D,n}} \quad (7.2)$$

Dabei steht der Index  $n$  stellvertretend für den Index  $e$  (Einfluss für die elastische Verschiebung), für den Index  $0$  (Einfluss für den elastisch-plastischen Übergang) und für den Index  $p$  (Einfluss für die plastische Verschiebung). Für die nachfolgend zu bestimmenden Exponenten  $E_{s,n}$  und  $E_{D,n}$  müssen sich ähnliche Werte ergeben wie die Exponenten  $E_n(s)$  und  $E_n(R)$  aus Kap. 3.7, die für die Literaturlösungen mit den höchsten Korrelationskoeffizienten aus Kap. 6 bestimmt wurden.

In den besten Literaturlösungen sind die Parameter Innendruck und Beulwerkzeuggeometrie nicht enthalten. Ähnlich wie bei Spiekhout, der mit Berücksichtigung dieser Parameter teilweise die realen Werte gut wiedergegeben hat, wird deren Wirkung für eine einfache Anwendbarkeit in der Praxis als lineare Einflussfunktionen  $f_n$  wiedergegeben mit:

$$\text{Einfluss des Innendrucks} \quad f_n(P_i) = 1 + c_n \frac{P_i D}{R_p s} \quad (7.3)$$

$$\text{Einfluss der Beulwerkzeuglänge} \quad f_n(L_L) = 1 + d_n \frac{L_L}{L_0} \quad (7.4)$$

Durch das Beziehen der Beulwerkzeuglänge  $L_L$  auf die häufig im Rohrleitungsbau verwendete Baggerzahnlänge  $L_0 = 80$  mm wird die Einflussfunktion für die Beulwerkzeuglänge nach Gl. (7.4) dimensionslos. Das Beziehen der Umfangsspannung durch den Innendruck aus der Kesselformel nach Gl. (3.2) auf die Streckgrenze ergibt mit Gl. (7.3) eine dimensionslose Einflussfunktion für den Innendruck. Dabei wird für diese beiden Einflussfunktionen für die Punktlast mit  $L_L$  von 0 mm und für den innendrucklosen Belastungsfall mit  $P_i$  von 0 MPa jeweils der Wert 1 festgelegt.

Die nachfolgend zu bestimmenden Koeffizienten  $c_n$  und  $d_n$  (mit  $n$  für  $e$ ,  $0$  und  $p$ ) lassen sich nicht mit den Literaturlösungen vergleichen, da in den wenigen Lösungen mit Berücksichtigung des Innendrucks ausschließlich kompliziert strukturierte Funktionen verwendet werden. Die Breite des Beulwerkzeugs  $L_T$  ist gegenüber dem Rohrdurchmesser  $D$  sehr klein. Die Baggerzahnbreite  $L_T$  geht mit dem typischen Verhältnis von  $L_L$  ca.  $6 L_T$  über die Baggerzahnlänge  $L_L$  automatisch in die Lösung für das Kraft-Verschiebungs-Verhalten ein und wird daher hier qualitativ nicht weiter berücksichtigt. Mit dem lokal begrenzten Effekt des Einbeulens wird die im Vergleich sehr große Rohrlänge  $L$  ebenso vernachlässigt.

Die Ansätze für eine verbesserte Lösung für die elastische Verschiebung, den elastisch-plastischen Übergang und für den plastischen Verschiebungsbereich werden in Anlehnung an die besten Literaturlösungen als einfach strukturierte Ansätze aufgestellt, um sie für die Anwendung in der Praxis gut handhabbar zu machen. Die Ansätze werden nachfolgend einzeln vorgestellt.

### Elastische Verschiebung

Die Modellierung für den Bereich der elastischen Verschiebung erfolgt in Anlehnung an die Struktur der besten Literaturlösung aus Kap. 6.2.3. Dies ist mit dem höchsten Korrelationskoeffizienten  $r_{xy}$  von 0,966 der lineare Kraft-Verschiebungs-Ansatz von Yuan und Ting nach Gl. (3.10). Dessen lineare Struktur zwischen Kraft und Verschiebung wird übernommen. Als Werkstoffkonstanten für die elastische Verschiebung fließen sowohl das Elastizitätsmodul  $E$  als auch die Querkontraktion  $\nu$  ein. Für den zweiachsigen Dehnungszustand des Stahlrohrs geschieht dies für die Querkontraktion in der Form  $(1-\nu^2)/E$ . Die Aufbau der verbesserten Lösung wird mit dem linearen Zusammenhang von Kraft  $F$  und elastischer Verschiebung  $w_e$  gewählt mit

$$w_e = F K_e \frac{(1-\nu^2)}{E} \frac{f_e(D)}{f_e(s) f_e(P_i) f_e(L_L)} \quad (7.5)$$

Der parabolische Einfluss von Wanddicke und Durchmesser wird mit  $s^{E_{s,e}}$  und  $D^{E_{D,e}}$  nach den Gln. (7.1, 7.2) verwendet. Die Einflussfunktion für die Beulwerkzeuglänge und für den Innendruck wird durch die dimensionslosen, linearen Funktionen nach den Gln. (7.3, 7.4) benutzt. Für das verbesserte Modell zur Beschreibung der elastischen Verschiebung  $w_e(F)$  ergibt sich damit der Ansatz zu

$$w_e(F) = F \frac{(1-\nu^2)}{E} \frac{D^{E_{D,e}}}{s^{E_{s,e}}} \frac{K_e}{\left(1 + c_e \frac{P_i D}{R_p s}\right) \left(1 + d_e \frac{L_L}{L_0}\right)} \quad (7.6)$$

Die Konstante  $K_e$  dient hier zur Anpassung des Ansatzes an die realen Werte von Versuchen und numerischen Rechnungen, um im Mittel alle realen Werte möglichst genau wiederzugeben. Dies führt dazu, dass beim Auftragen von realen Werten über den mit der eigenen, verbesserten Lösung berechneten Ergebnissen mit der Steigung  $m$  genau die Linie 1:1 getroffen wird. Die Berechnung der Steigung  $m$  der durch den Nullpunkt erzwungenen Regressionsgerade erfolgt nach Gl. (A16) aus Anhang 10. Die Exponenten  $E_{D,e}$  und  $E_{s,e}$  sowie die Konstanten  $c_e$  und  $d_e$  werden aus den realen Werten so bestimmt, dass sich ein Korrelationskoeffizient von möglichst nahe 1 ergibt. Die elastische Steigung  $m_0$  nach Gl. (4.1) errechnet sich mit Gl. (7.6) zu

$$m_0 = \frac{F_{0,e}}{w_{0,e}} = \frac{F_0}{w_0} = \frac{E}{(1-\nu^2)} \frac{s^{E_{s,e}}}{D^{E_{D,e}}} \frac{\left(1 + c_e \frac{P_i D}{R_p s}\right) \left(1 + d_e \frac{L_L}{L_0}\right)}{K_e} \quad (7.7)$$

### Übergang von elastischer in bleibende Verschiebung

Bei der statistischen Betrachtung der Literaturlösungen für den elastisch-plastischen Übergang ergab sich in Kap. 6.3.3 für die Lösung von Prager und Hopkins nach Gl. (3.26) mit dem Korrelationskoeffizienten  $r_{xy}$  von 0,978 das beste Ergebnis. Deren linearer Zusammenhang zwischen der quasistatisch ermittelten Streckgrenze  $R_p$  wird im eigenen Ansatz übernommen. Die Parameter Wanddicke und Durchmesser werden im verbesserten Ansatz ebenfalls wie von Prager und Hopkins parabolisch mit den Gln. (7.1, 7.2) beschrieben. Der verbesserte Ansatz wird mit den zwei dimensionslosen, linearen Einflussfunktionen nach den Gln. (7.3, 7.4) mit den Konstanten  $d_0$  und  $c_0$  sowie mit der Konstante  $K_0$  aufgestellt mit

$$F_0 = K_0 R_p \frac{s^{E_{s,0}}}{D^{E_{D,0}}} \left( 1 + c_0 \frac{P_i D}{R_p s} \right) \left( 1 + d_0 \frac{L_L}{L_0} \right) \quad (7.8)$$

Für die elastische Grenzkraft  $F_{0,e}$  wird ein Ansatz mit gleicher Struktur gewählt, der sich nur durch die Konstante  $K_{0,e}$  anstelle der Konstante  $K_0$  unterscheidet

$$F_{0,e} = K_{0,e} R_p \frac{s^{E_{s,0}}}{D^{E_{D,0}}} \left( 1 + c_0 \frac{P_i D}{R_p s} \right) \left( 1 + d_0 \frac{L_L}{L_0} \right) \quad (7.9)$$

Die Konstanten  $K_e$  und  $K_{0,e}$  dienen zur Anpassung des Ansatzes an die realen Werte von Versuchen und numerischen Rechnungen, so dass eine Steigung der Regressionsgeraden von  $m=1$  vorliegt. Die Exponenten  $E_{D,0}$  und  $E_{s,0}$  sowie die Konstanten  $c_0$  und  $d_0$  werden aus den realen Werten so bestimmt, dass der Korrelationskoeffizient bei möglichst nahe 1 liegt.

### Bleibender Verschiebungsverlauf

Von den Lösungen zur Bestimmung des bleibenden Verschiebungsanteils zeigt die theoretische Lösung von Calladine für die bleibende Verschiebung der Platte nach Gl. (3.35) bei der statistischen Hauptbewertung den höchsten Korrelationskoeffizienten von  $r_{xy} = 0,977$ . Sie basiert auf der theoretischen Lösung von Prager und Hopkins für die Grenzkraft und verläuft beim Beginn erster bleibender Verschiebung mit einer horizontalen Tangente. Dies entspricht genau dem idealisierten Kraft-Verschiebungs-Verlauf aus Abb. 4.12. Wie in Kap. 4 dargestellt wurde, ist der Verlauf der bleibenden Verschiebung  $w_p$  von Platten und Rohren qualitativ ähnlich. Nach Flügge verhält sich das punktbelastete, dünnwandige Stahlrohr im Bereich der Krafteinleitung bei elastischer Verschiebung ähnlich wie die Platte. Daher kann für den verbesserten Ansatz für die bleibende Verschiebung des Rohrs die Lösung nach Calladine für die Platte übertragen werden. Der Ansatz wird für eine kleine bleibende Verschiebung ähnlich dem Ansatz von Calladine gewählt mit

$$\frac{F}{F_0} = 1 + \frac{w_{p*}^2}{K_{p1}} \quad (7.10)$$

sowie für eine große bleibende Verschiebung mit

$$\frac{F}{F_0} = K_{p2} + \frac{w_{p*}}{K_{p3}} \quad (7.11)$$

Hier werden die Konstanten  $K_{p1}$ ,  $K_{p2}$  und  $K_{p3}$  verwendet, um beim Anpassen des Ansatzes an die realen Werte von Versuchen und numerischen Rechnungen eine Steigung der Regressionsgerade von 1 zu erhalten. Als Werkstoffkonstante wird im verbesserten Modell die Streckgrenze  $R_p$  durch die Grenzkraft  $F_0$  nach Prager und Hopkins benutzt. Die bezogene bleibende Verschiebung  $w_{p*}$  wird definiert als der Quotient aus bleibender Verschiebung  $w_p$  und der dimensionslosen Hilfsfunktion  $f_{p*}$  mit

$$w_{p*} = \frac{w_p}{f_{p*}} \quad \text{und} \quad f_{p*} = \frac{f_p(s)}{f_p(D) f_p(P_i) f_p(L_L)} \quad (7.12)$$

Die bleibende Verschiebung  $w_p$  wird mit den linearen Einflussfunktion für die Wirkung der Beulwerkzeuglänge und des Innendrucks nach den Gln. (7.3, 7.4) mit den Konstanten  $c_p$  und  $d_p$  ergänzt. Der Einfluss der Geometrie Größen Wanddicke und Durchmesser wird parabolisch mit den Exponenten  $E_{s,p}$  und  $E_{D,p}$  nach den Gln. (7.1, 7.2) wiedergegeben. Damit ergibt sich für den Ansatz mit parabolischem Verlauf für kleine bleibende Verschiebungen  $w_p$

$$\frac{F}{F_0} = 1 + \frac{w_p^2}{K_{p1}} \left( \frac{D^{E_{D,p}}}{s^{E_{s,p}}} \left( 1 + c_p \frac{P_i D}{R_p s} \right) \left( 1 + d_p \frac{L_L}{L_0} \right) \right)^2 \quad (7.13)$$

Für große bleibende Verschiebungen  $w_p$  mit konstanter Steigung des Verlaufes wird der lineare Ansatz

$$\frac{F}{F_0} = K_{p2} + \frac{w_{p*}}{K_{p3}} \quad \text{oder} \quad \frac{F}{F_0} = K_{p2} + \frac{w_p}{K_{p3}} \left( \frac{D^{E_{D,p}}}{s^{E_{s,p}}} \left( 1 + c_p \frac{P_i D}{R_p s} \right) \left( 1 + d_p \frac{L_L}{L_0} \right) \right) \quad (7.14)$$

verwendet.

Die für den verbesserten allgemeinen Ansatz verwendeten Konstanten  $E_{s,n}$ ,  $E_{D,n}$ ,  $c_n$ ,  $d_n$  und  $K_n$  mit  $n = e, 0$  oder  $p$  werden nachfolgend so bestimmt, dass die Einflussfunktionen nach den Gln. (7.1 bis 7.4) eine möglichst niedrige Streuung mit dem Korrelationskoeffizienten nahe 1 ergeben. Zusätzlich soll die endgültige Lösung nach den Gln. (7.6, 7.8, 7.9, 7.13, 7.14) jeweils mit einer Steigung der Regressionsgeraden von  $m=1$  vorliegen. Als Lösungsmatrix  $\bar{L}$  der zu bestimmenden Konstanten des verbesserten Ansatzes zur Beschreibung des Kraft-Verschiebungs-Verhaltens ergibt sich zusammenfassend

$$\begin{bmatrix} E_{s,e} & E_{D,e} & c_e & d_e & K_e & & & \\ E_{s,0} & E_{D,0} & c_0 & d_0 & K_0 & K_{0,e} & & \\ E_{s,p} & E_{D,p} & c_p & d_p & K_{p1} & K_{p2} & K_{p3} & \end{bmatrix} = \bar{L} \quad (7.15)$$

Zur Bestimmung der Parameter  $E_{s,n}$ ,  $E_{D,n}$ ,  $c_n$  und  $d_n$  mit  $n = e, 0, p$  werden die Ergebnisse aus denjenigen Serien von Experimenten und numerischen Rechnungen verwendet, bei denen sich nur ein Parameter ändert, während die übrigen Parameter konstant bleiben. Die Einflussfunktionen für die einzelnen Parameter werden dabei so bestimmt, dass sich jeweils eine niedrige Streuung und damit ein Korrelationskoeffizient  $r_{xy}$  von möglichst nahe 1 ergibt. Zur Bestimmung der Konstanten  $K_n$  werden alle ausgewerteten realen Werte der Punkte  $P_{0,e}$ ,  $P_0$  bis  $P_4$  aus den realen Kraft-Verschiebungs-Kurven benutzt.

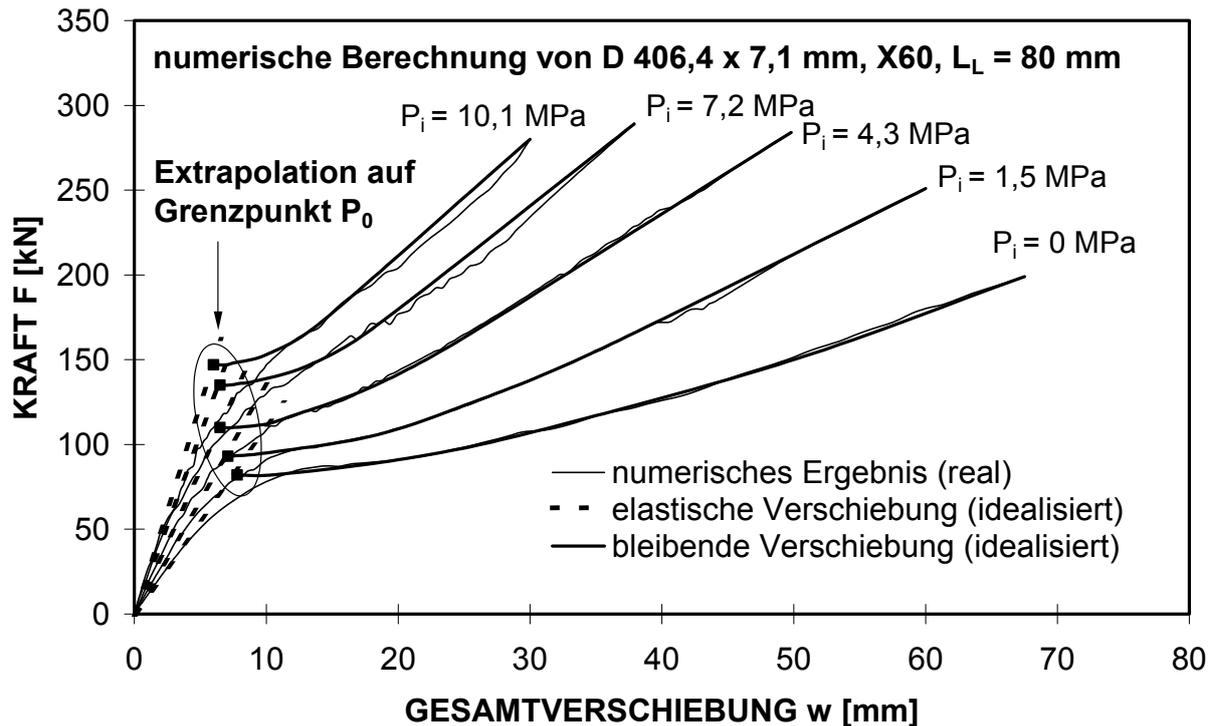
Durch das Zusammenführen der Einflussfunktionen mit sehr hohen Korrelationskoeffizienten an sämtliche realen Ergebnisse muss sich ein Lösungsmodell mit einem Korrelationskoeffizient  $r_{xy}$  von nahe 1 ergeben, wenn Wechselbeziehungen zwischen den einzelnen Einflussfunktionen der unterschiedlichen Parameter auszuschließen sind.

## 7.2 Bestimmung der Exponenten und linearen Einflussfunktionen

Die Basis für die Bestimmung der Exponenten und linearen Einflussfunktionen bilden die ermittelten Werte für die Koordinaten  $w$  und  $F$  der charakteristischen Punkte  $P_{0,e}$ ,  $P_0$  und  $P_4$ . Die Wirkung der Parameter Innendruck, Wanddicke, Beulwerkzeuglänge und Durchmesser wird einzeln betrachtet. Zur Auswertung dienen jeweils die realen Verläufe aus Versuchs- oder Rechenserien mit nur einem variablen Parameter, ohne die übrigen Parameter dabei zu ändern. Das Vorgehen zur Bestimmung der Einflussfunktionen und Exponenten wird zunächst für den Parameter Innendruck ausführlich vorgestellt und findet danach für alle Parameter Anwendung.

### 7.2.1 Wirkung des Innendrucks

Zur Ermittlung des Innendruckeinflusses wurden Serien realer Verläufe verwendet, die bis auf den variablen Innendruck nur dieselben konstanten Parameter aufweisen. Dazu wurden sämtliche numerischen und experimentellen Ergebnisse für das Rohr mit den Nennwerten  $D 406,4 \times 7,1$  mm Wanddicke aus dem Werkstoff X60 und der Beulwerkzeuglänge von 80 mm verwendet. Die Istwerte der einzelnen Parameter ist in Anhang 4 und 8 aufgeführt. Entsprechend dem idealisierten Kraft-Verschiebungs-Verlauf aus Abb. 4.11 wurde die elastische Verschiebung und die parabolische Näherung für den bleibenden Verschiebungsanteil auf den Grenzpunkt  $P_0$  extrapoliert. Die Extrapolation mitsamt den Näherungskurven ist exemplarisch für die numerischen Ergebnisse für das o.g. Rohr in Abb. 7.1 dargestellt.



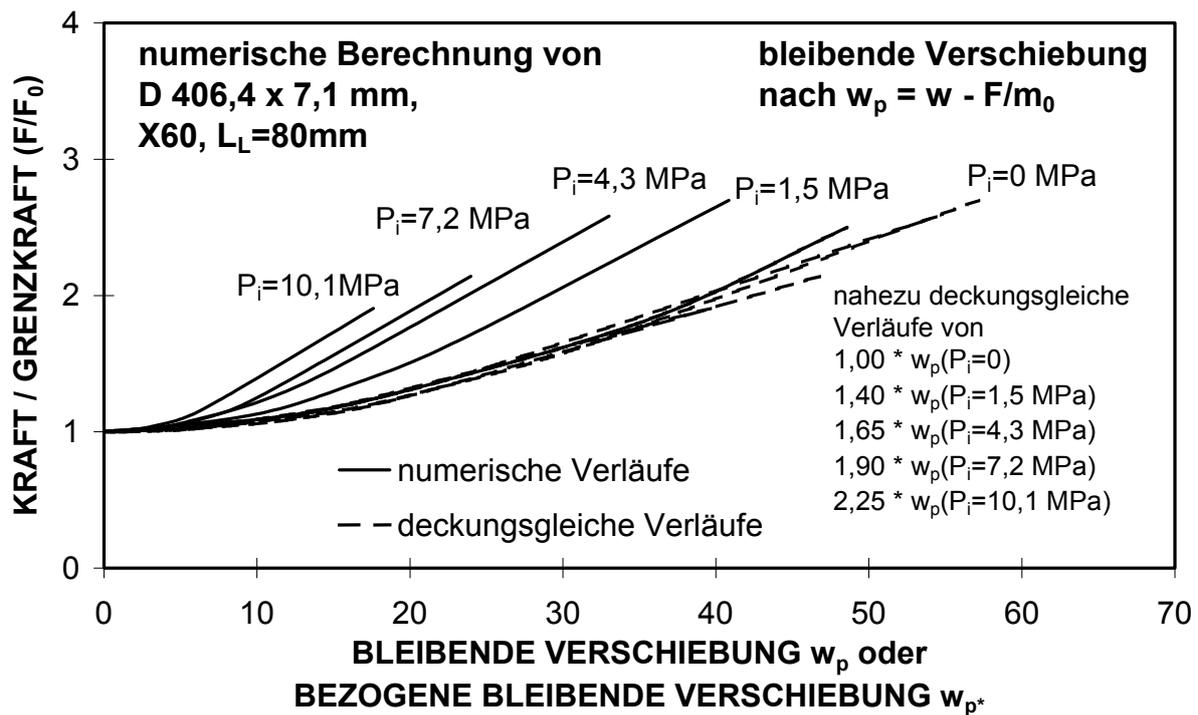
**Abb. 7.1:** Realer und idealisierter Kraft-Verschiebungs-Verlauf für das Ergebnis der numerischen Berechnung des Rohrs D 406,4 x 7,1 mm aus Werkstoff X60, L<sub>L</sub> von 80mm (Rechenserie ES<sub>n</sub> mit n bar Innendruck siehe Anhang 8 )

Um den Innendruckeinfluss auf den bleibenden Anteil der Kraft-Verschiebungs-Kurven herauszuarbeiten, wurde der bleibende Anteil  $w_p$  von der Gesamtverschiebung  $w$  entsprechend Abb. 4.12 extrahiert mit

$$w_p = w - \frac{F}{m_0} \quad (7.16)$$

Die so berechneten Verläufe des bleibenden Verschiebungsanteils  $w_p$  sind in Abb. 7.2 als durchgezogene Linie dargestellt. Mit ansteigendem Innendruck sinkt bei gleicher Kraft  $F$  der Wert der bleibenden Verschiebung  $w_p$ . Da bis auf den Innendruck  $P_i$  die Werte für  $D$ ,  $s$  und  $L_L$  konstant sind, wird direkt der Einfluss des Innendruckes auf den Anteil der bleibenden Verschiebung deutlich. Um einen konstanten Wert der bezogenen bleibenden Verschiebung  $w_{p^*}$  nach Gl. (7.12) für alle Werte des Innendruckes zu erhalten, müssen die einzelnen Kurven einen nahezu deckungsgleichen Verlauf zeigen. Aus Gl. (7.12) ergibt sich für die deckungsgleichen Kurven (gestrichelte Linie) mit konstanten Werten für  $s$ ,  $D$ ,  $L_L$  und für alle Werte des Innendruckes  $P_i$  mathematisch

$$w_p(P_i = 0)(1 + c_p) = w_p(P_i) \left( 1 + c_p \frac{P_i D}{R_p s} \right) \quad (7.17)$$



**Abb. 7.2:** Numerisch berechnete und deckungsgleiche Verläufe der bleibenden Verschiebung mit unterschiedlichen Werten für den Innendruck  $P_i$  (Serie ES<sub>n</sub> mit  $n$  bar Innendruck nach Anhang 8)

Diese berechneten Kurven für den bleibenden Verschiebungsanteil sind in Abb. 7.2 zusätzlich zu den realen Verläufen eingezeichnet. Hier liegen alle multiplizierten Kurven näherungsweise auf dem Verlauf des innendrucklosen Belastungsfalles. Die Einzelwerte der Einflussfunktion liegen zwischen 1,00 und 2,25 und sind in Abb. 7.2 als Faktoren angegeben. Die Einzelwerte der Funktion  $f_p(P_i)$  für die Wirkung des Innendruckes  $P_i$  auf die bleibende Verschiebung werden nach dem Umformen von Gl. (7.17) aus dem Quotienten der bleibenden Verschiebungen  $w_p(P_i=0)$  und  $w_p(P_i)$  ermittelt mit

$$\frac{w_p(P_i = 0)}{w_p(P_i)} = 1 + c_p \frac{P_i D}{R_p s} \quad (7.18)$$

In Abbildung 7.3 sind die Einzelwerte für die Einflussfunktion aus den realen Verläufen aller Versuche und numerischer Berechnungen für das Rohr D 406,4 x 7,1 mm Wanddicke aus dem Werkstoff X60 und der Beulwerkzeuglänge von 80 mm über dem bezogenen Innendruck dargestellt (auf die rechte Ordinate bezogene volle bzw. leere Quadrate). Hier zeigt sich ein nahezu linearer Verlauf mit einer niedrigen Streuung der Datenpunkte. Die Steigung der Regressionsgeraden ergibt für den Einfluss des Innendruckes auf den bleibenden Verschiebungsanteil die Konstante  $c_p$ .

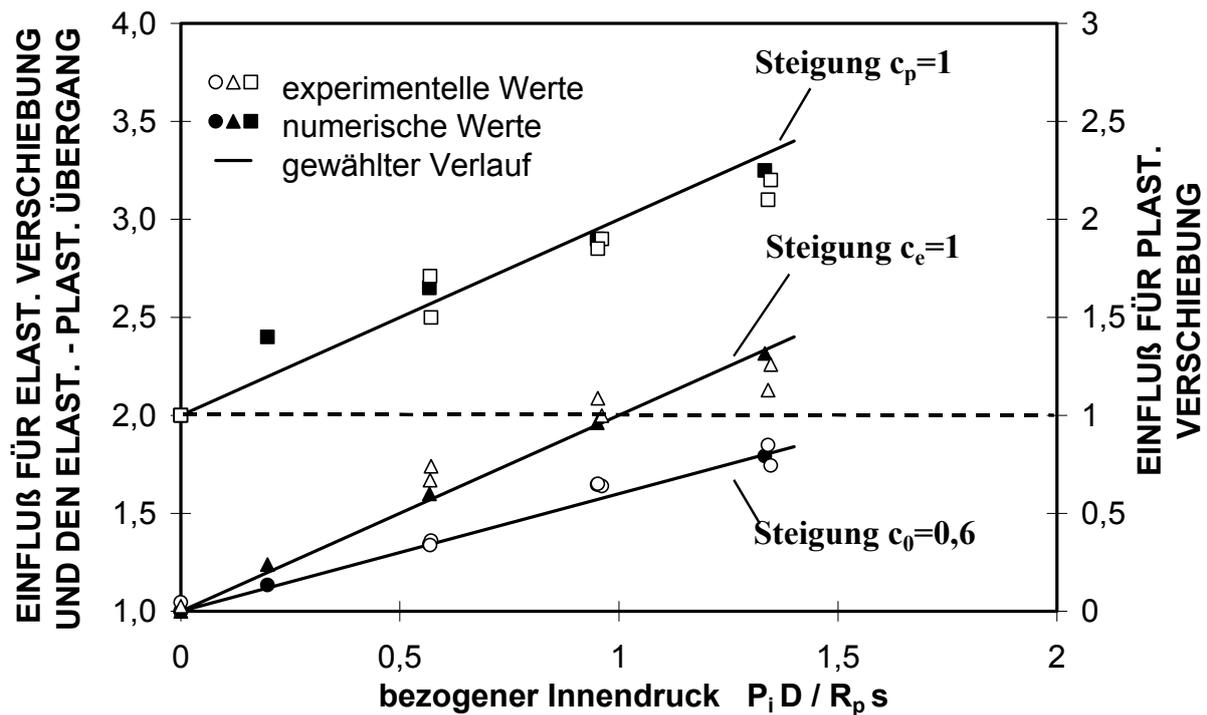


Abb. 7.3: Qualitativer Einfluss des bezogenen Innendruckes  $P_i$  auf das Verschiebungsverhalten radial gebeulter Rohre (Versuche mit Bezeichnung ESAXn-i mit i als laufendem Parameter nach Anhang 4 sowie Rechenserie ESn, jeweils mit n bar Innendruck nach Anhang 8)

Da die Einflussfunktion für den Innendruck mit dem Funktionswert von 1 für den Wert  $P_i$  von 0 definiert wurde, erfolgte die Berechnung der Regressionsgerade durch den Punkt ( $P_i=0/f_p(P_i=0)=1$ ). Damit ergibt sich aus Gl. (6.5) für den Korrelationskoeffizient

$$r_{xy} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i (y_i - 1)}{\sqrt{\sum_{i=1}^n x_i^2 \sum_{i=1}^n (y_i - 1)^2}} \quad (7.19)$$

Die lineare Regression für die Einzelwerte der Einflussfunktion für die bleibende Verschiebung ergab für die Experimente einen Korrelationskoeffizienten  $r_{xy}$  von 0,995. Hier wurden sämtliche Versuchsserien für das Rohr mit den Nennwerten  $D 406,4 \times 7,1$  mm Wanddicke aus dem Werkstoff X60 und der Beulwerkzeuglänge von 80 mm verwendet. Die Istwerte für die Versuchsparameter sind in Anhang 4 aufgelistet. Für die numerischen Rechnungen lag der Korrelationskoeffizient  $r_{xy}$  bei 0,991. Aus den realen Versuchen sowie numerischen Rechnungen wurden Werte für die Steigung von 0,98 sowie 0,90 errechnet. Die entsprechenden Gleichungen für die Regressionsgeraden sind in Tab. 7.1 angegeben.

Lösung für	Experiment		numerische Rechnung	
	Einflussfunktion	$r_{xy}$	Einflussfunktion	$r_{xy}$
elastische Verschiebung	$1 + 0,98 \frac{P_i D}{R_p s}$	0,991	$1 + 1,01 \frac{P_i D}{R_p s}$	0,999
elast.-plast. Übergang	$1 + 0,62 \frac{P_i D}{R_p s}$	0,996	$1 + 0,63 \frac{P_i D}{R_p s}$	0,998
bleibende Verschiebung	$1 + 0,90 \frac{P_i D}{R_p s}$	0,995	$1 + 0,98 \frac{P_i D}{R_p s}$	0,991

Tab. 7.1: Ermittelte dimensionslose Funktionen und Korrelationskoeffizienten für den Einfluss des Innendruckes  $P_i$

Als sinnvolle Konstante wurde für  $c_p$  der Wert 1 gewählt, so dass sich der dimensionslose, lineare Näherungsansatz  $f_p(P_i)$  für den Einfluss des Innendruckes auf den Anteil der bleibenden Verschiebung ergibt zu

$$f_p(P_i) = 1 + \frac{P_i D}{s R_p} \quad (7.20)$$

Die aus den Kraft-Verschiebungs-Kurven ermittelten Werte für die elastische Steigung  $m_0$  sowie für die Grenzkraft  $F_0$  lassen sich mit diesem Vorgehen ebenso auf die Einzelwerte der entsprechenden Einflussfunktionen beziehen. Damit der allgemeine Ansatz nach den Gln. (7.7, 7.8) für alle Werte des Innendruckes gültig ist, müssen die Einflussfunktionen berechnet werden nach

$$\frac{m_0(P_i)}{m_0(P_i = 0)} = 1 + c_e \frac{P_i D}{R_p s} \quad (7.21)$$

und

$$\frac{F_0(P_i)}{F_0(P_i = 0)} = 1 + c_0 \frac{P_i D}{R_p s} \quad (7.22)$$

Die so ermittelten Einzelwerte für die Einflussfunktionen sind bezogen auf die linke Ordinate in Abb. 7.3 eingetragen. Der fast lineare Verlauf wird durch die Regressionsgeraden mit den hohen Korrelationskoeffizienten von 0,991 bis 0,999 gut wiedergegeben (Tab. 7.1). Mit diesen hohen Werten für den Korrelationskoeffizienten wird die Annahme eines linearen Verlaufs in den Gln. (69, 71, 74, 76) bestätigt.

Als weitere Konstanten  $c$  wurden gewählt

$$\text{elastische Verschiebung} \quad c_e = 1 \quad (7.23)$$

$$\text{elastisch-plastischer Übergang} \quad c_0 = 0,6 \quad (7.24)$$

Der Verlauf der Einflussfunktionen mit diesen gewählten Konstanten ist den Einzelwerten in Abb. 7.3 hinzugefügt.

### 7.2.2 Wirkung der Beulwerkzeu glänge

Für die Bestimmung des Einflusses der Beulwerkzeu glänge wurden die Versuchsserien der Rohre mit dem Durchmesser von 406,4 mm und mindestens fünf unterschiedlichen Werten für die Beulwerkzeu glänge verwendet (Serien SAnA4X101, SBnA4X101, SAnB4X136 und SAnC4X177 mit n als laufendem Parameter). Für die Bestimmung aus den numerischen Rechnungen wurden Ergebnissen an Rohren mit einem Durchmesser D von 406 mm, einer Wanddicke s von 7 mm und einen Innendruck  $P_i$  von 10,1 MPa benutzt. Die Parameter dieser Serien sind in Anhang 4 und 8 aufgelistet, sie zeigen im Vergleich zwar miteinander unterschiedliche Parameter Wanddicke und Innendruck, in den einzelnen Serien wurde jedoch nur die Beulwerkzeu glänge  $L_L$  variiert.

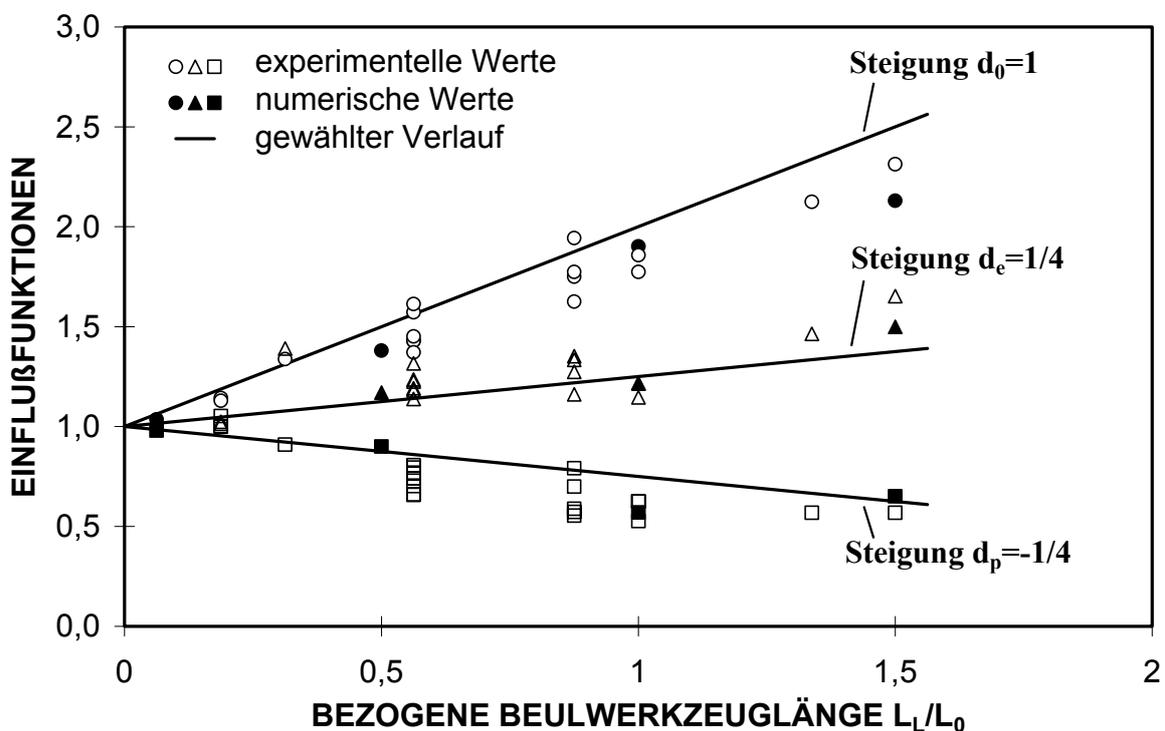


Abb. 7.4: Qualitativer Einfluss der bezogenen Beulwerkzeu glänge  $L_L$  auf das Verschiebungsverhalten radial gebeulter Rohre (Versuchsserien SAnA4X101, SBnA4X101, SAnB4X136 und SAnC4X177 mit dem laufenden Parameter n)

Die Auswertung wurde analog dem Vorgehen wie für die Wirkung des Innendrucks durchgeführt. Stellvertretend soll hier nur die Gleichung zur Bestimmung der Wirkung der Beulwerkzeuglänge auf die elastische Verschiebung angegeben werden

$$\frac{m_0(L_L)}{m_0(L_L=0)} = 1 + d_e \frac{L_L}{L_0} \quad (7.25)$$

Da keine realen Verläufe für eine Punktlast mit  $L_L=0$  vorlagen, wurde hier mit fiktiven Werten für  $w_p(L_L)$ ,  $m_0(L_L)$  und  $F_0(L_L)$  so gerechnet, dass die Regressionsgerade für  $L_L$  von 0 durch  $f_n(L_L=0)=1$  verläuft. Die Einzelwerte für die Einflussfunktionen sind ebenso wie die gewählten Regressionsgeraden in Abb. 7.4 dargestellt.

Die lineare Regression ergab die in Tab. 7.2 zusammengefassten Korrelationskoeffizienten. Da für die bleibende Verschiebung eine Regressionsgerade mit negativer Steigung errechnet wurde, sind hier die Werte für den Betrag des Korrelationskoeffizienten aufgelistet (zur Bewertung eines negativen Korrelationskoeffizienten siehe Anh. 10). Die Ergebnisse für die Experimente zeigen eine etwas größere Streuung als die Korrelationskoeffizienten für die numerische Berechnung. Dies dürfte daran liegen, dass die zur Auswertung verwendeten Experimente von verschiedenen Versuchsserien stammen.

Lösung für	Experiment		numerische Rechnung	
	Einflussfunktion	$ r_{xy} $	Einflussfunktion	$ r_{xy} $
elastische Verschiebung	$1 + 0,34 \frac{L_L}{L_0}$	0,930	$1 + 0,30 \frac{L_L}{L_0}$	0,984
elast.-plast. Übergang	$1 + 0,86 \frac{L_L}{L_0}$	0,993	$1 + 0,80 \frac{L_L}{L_0}$	0,997
bleibende Verschiebung	$1 - 0,39 \frac{L_L}{L_0}$	0,966	$1 - 0,29 \frac{L_L}{L_0}$	0,954

Tab. 7.2: Ermittelte dimensionslose Funktionen und Korrelationskoeffizienten für den Einfluss der auf  $L_0$  (mit  $L_0=80$  mm) bezogenen Beulwerkzeuglänge  $L_L$

Als Konstanten der Einflussfunktion für die Beulwerkzeuglänge  $L_L$  wurden gewählt:

$$\text{elastische Verschiebung} \quad d_e = \frac{1}{4} \quad (7.26)$$

$$\text{elastisch-plastischer Übergang} \quad d_0 = 1 \quad (7.27)$$

$$\text{bleibende Verschiebung} \quad d_p = -\frac{1}{4} \quad (7.28)$$

### 7.2.3 Wirkung der Wanddicke

Der qualitative Einfluss der Wanddicke wurde mit einem ähnlichen Vorgehen wie für den Innendruck bestimmt. Dazu wurden jeweils die Versuchsergebnisse mit jeweils gleicher Innendruckstufe der Rohre mit einem Durchmesser  $D$  von 406,4 mm und einer Beulwerkzeuglänge von  $L_L=80$ mm verwendet (d.h. Versuchsserien ESABn-i, ESBBn-i und ESCBn-i nach Anhang 4). Die Wanddicke lag hier bei 7,1 bis 12,6 mm, die Umfangsspannung bei 0 bis 175 MPa. Die numerischen Rechnungen wurden ebenfalls mit einem Durchmesser  $D$  von 406,4 mm und einer Beulwerkzeuglänge von  $L_L=80$ mm, allerdings mit Wanddickenwerten zwischen 4 und 12,5 mm durchgeführt.

Da der Einfluss der Wanddicke parabolisch verläuft, führt das Auftragen der realen Werte über der Wanddicke zu keiner linearen Beziehung. Um direkt den parabolischen Einfluss und damit die Exponenten  $E_{s,e}$ ,  $E_{s,0}$ ,  $E_{s,p}$  herauszuarbeiten, erfolgt die Auswertung aus der logarithmierten Gl. (7.8) [111]. Hier soll repräsentativ die Berechnung zur Bestimmung des Exponenten  $E_{s,0}$  aus der logarithmierten Gleichung vorgestellt werden.

$$\log(F_0) = \log\left(\frac{K_0 R_p}{D^{E_{D,0}}} \left(1 + c_0 \frac{P_i D}{R_p s}\right) \left(1 + d_0 \frac{L_L}{L_0}\right) s^{E_{s,0}}\right) =$$

$$\log \frac{K_0 R_p}{D^{E_{D,0}}} \left(1 + c_0 \frac{P_i D}{R_p s}\right) \left(1 + d_0 \frac{L_L}{L_0}\right) + \log s^{E_{s,0}} \quad (7.29)$$

Für den ersten Additionsterm ergibt sich für jede Versuchs- und Rechenserie mit konstanten Werten für  $K_0$ ,  $R_p$ ,  $D$ , Innendruck  $\sigma_u$  und  $L_L$  eine neu definierte, konstante Hilfsvariable  $\overline{K_0}$  mit

$$\overline{K_0} = \frac{K_0 R_p}{D^{E_{D,0}}} \left(1 + c_0 \frac{P_i D}{R_p s}\right) \left(1 + d_0 \frac{L_L}{L_0}\right) \quad (7.30)$$

Mit dieser Hilfsvariable  $\overline{K_0}$  wird aus Gl. (7.29) eine einfache Gradengleichung zu

$$\log(F_0) = \log \overline{K_0} + E_{s,0} \log s \quad (7.31)$$

Hier entspricht der Exponent  $E_{s,0}$  der Steigung der Regressionsgeraden der doppelt logarithmisch aufgetragenen Werte für die Grenzkraft  $F_0$  über der Wanddicke  $s$ . Die konstante Hilfsvariable  $\overline{K_0}$  bewirkt eine Parallelverschiebung und hat keine Auswirkung auf die Steigung der Regressionsgeraden. Die Bestimmung der Steigung der Regressionsgeraden  $E_{s,0}$  erfolgte durch Variation von  $\overline{K_0}$  für jede Serie so, dass durch die Parallelverschiebung möglichst Deckungsgleichheit aller Serien erzielt wurde und damit der Korrelationskoeffizient für alle

Wertepaare zusammen maximal wird. Das Ergebnis einer solchen Auswertung für den Einfluss der Wanddicke  $s$  auf die elastische Verschiebung, die plastische Verschiebung und den elastisch/plastischen Übergang ist in Abb. 7.5 doppelt logarithmisch dargestellt. Es zeigt sich ein fast linearer Verlauf der logarithmierten Einzelwerte. Mit den drei Steigungen der Regressionsgeraden ergeben sich die drei Exponenten  $E_{s,e}$ ,  $E_{s,0}$  und  $E_{s,p}$ .

Die Korrelationskoeffizienten liegen bei Werten zwischen 0,969 und 0,999. Die berechneten Exponenten sind mit den Korrelationskoeffizienten in Tab. 7.3 zusammengefasst.

Lösung für	Experiment		numerische Rechnung	
	Exponent	$r_{xy}$	Exponent	$r_{xy}$
elastische Verschiebung	1,77	0,994	1,64	0,999
elast.-plast. Übergang	1,96	0,995	1,97	0,999
bleibende Verschiebung	1,12	0,969	1,09	0,982

Tab. 7.3: Ermittelte Exponenten und Korrelationskoeffizienten für die Wirkung der Wanddicke  $s$

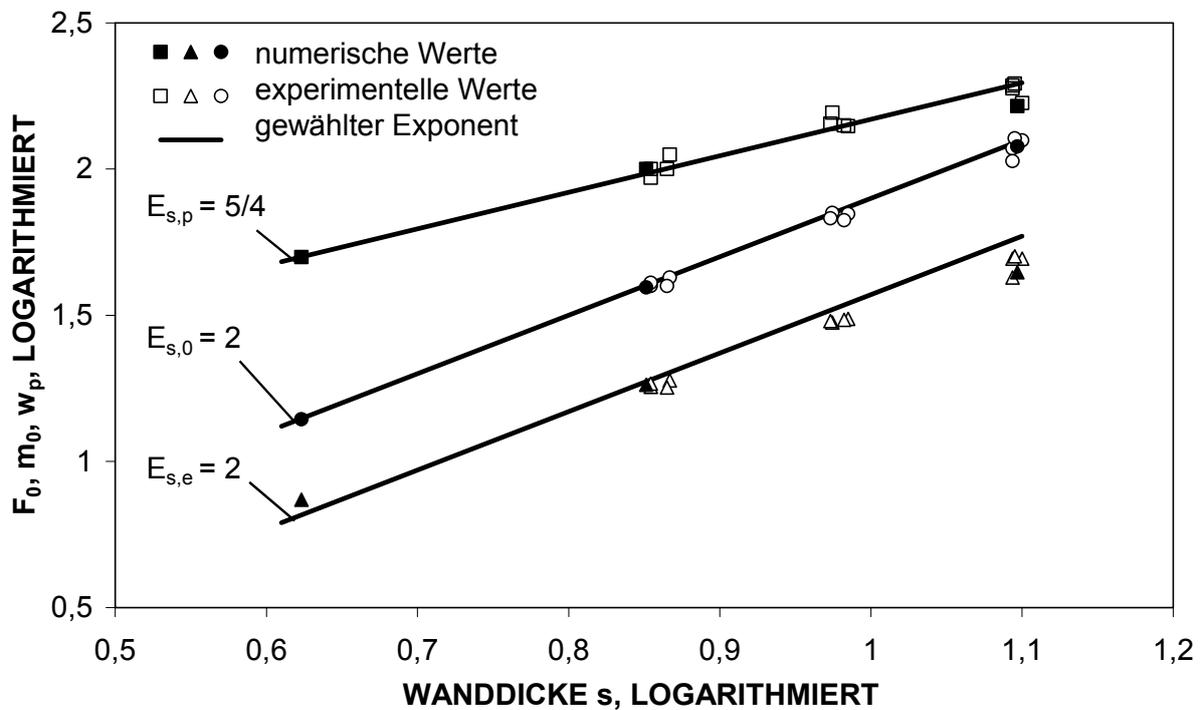


Abb.7.5: Qualitativer Einfluss der Wanddicke  $s$  auf das Verschiebungsverhalten radial gebulter Rohre (logarithmierte Werte)

Für den Einfluss der Wanddicke  $s$  auf das Kraft-Verschiebungs-Verhalten wurden folgende Exponenten  $E_{s,n}$  festgelegt:

$$\begin{array}{l} \text{elastische Verschiebung und} \\ \text{elastisch-plastischer Übergang} \end{array} \quad E_{s,0} = E_{s,e} = 2 \quad (7.32)$$

$$\text{bleibende Verschiebung} \quad E_{s,p} = 5/4 \quad (7.33)$$

#### 7.2.4 Wirkung des Durchmessers

Da für die Auswertung für die Wirkung des Durchmessers keine direkt vergleichbaren, experimentellen Versuche mit konstanten Werten für die Wanddicke  $s$ , die Beulwerkzeuglänge  $L_L$  und die Umfangsspannung  $\sigma_u(P_1)$  aus dem Innendruck vorlagen, wurden hier nur numerisch berechnete Ergebnisse verwendet. Die Auswertung wurde durchgeführt für Berechnungen von Stahlrohren mit 7,1 mm Wanddicke aus dem Werkstoff X60 mit der Beulwerkzeuglänge von  $L_L$  von 80 mm. Der Innendruck entsprach abhängig vom Durchmesser nach Gl. (3.2) einer Umfangsspannung von 122 MPa. Die Auswertung für die Exponenten  $E_D$  erfolgte wie für den Einfluss der Wanddicke. Hier stellvertretend angegeben ergibt sich ähnlich wie bei der für die Wirkung der Wanddicke errechneten Gl. (7.31) mit einer neu definierten Hilfsvariable  $\overline{K}_e$  eine einfache Gradengleichung zu

$$\log(m_0) = \log \overline{K}_e + E_{D,e} \log \left( \frac{1}{D} \right) \quad (7.34)$$

Die Ergebnisse für die drei Bereiche sind in Tab. 7.4 aufgelistet. Da der Durchmesser in den Gln. (7.7, 7.8, 7.12) sowie in den Berechnungsgleichungen (siehe Gl. (7.34)) im Nenner steht, wird auf der Abszisse der logarithmierte, reziproke Wert des Durchmessers  $1/D$  verwendet. Die berechneten Einzelwerte sind in Abb. 7.6 aufgetragen. Die Werte für den Korrelationskoeffizienten  $r_{xy}$  liegen mit 0,972 bis 0,998 nahe 1.

Lösung für	numerische Rechnung	
	Exponent	$r_{xy}$
elastische Verschiebung	0,66	0,998
elast.-plast. Übergang	0,28	0,997
bleibende Verschiebung	0,16	0,972

Tab. 7.4: Ermittelte Exponenten und Korrelationskoeffizienten für den Einfluss des Durchmessers  $D$

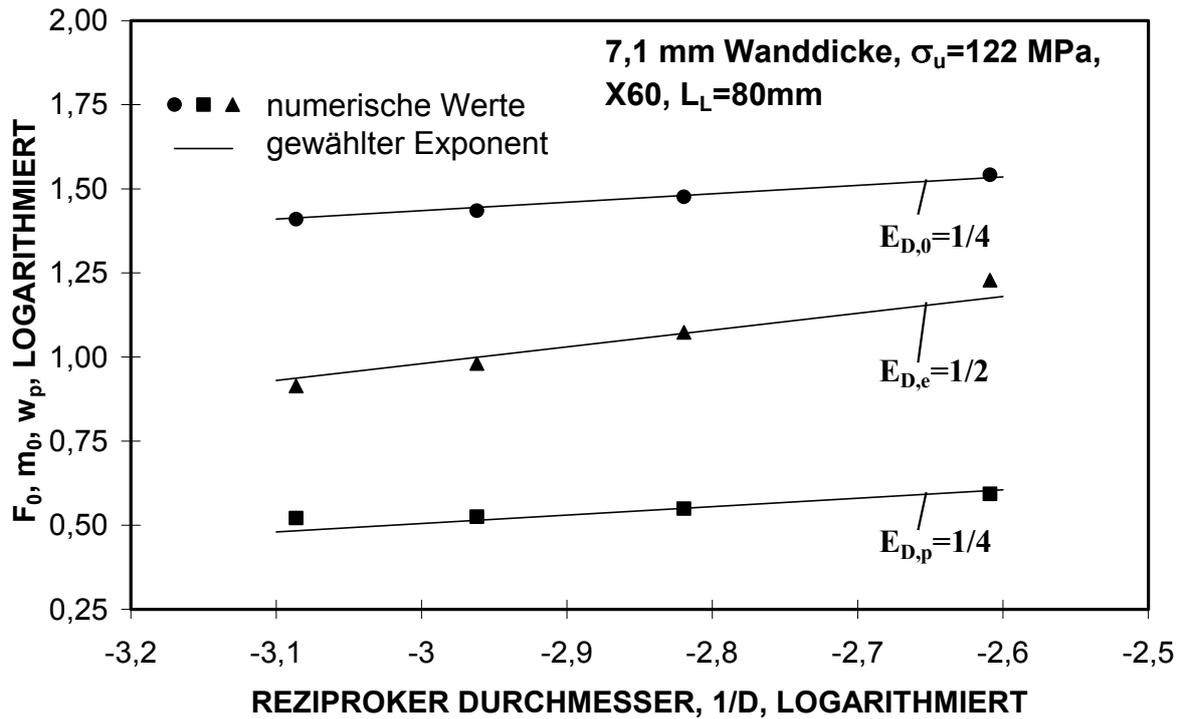


Abb. 7.6: Qualitativer Einfluss des Durchmessers D auf das Verschiebungsverhalten radial gebeulter Rohre

Die Exponenten  $E_{D,e}$ ,  $E_{D,0}$  und  $E_{D,p}$  für die Wirkung des Durchmessers wurden festgelegt zu:

elastische Verschiebung  $E_{D,e} = 1/2$  (7.35)

elastisch-plastischer Übergang  $E_{D,0} = 1/4$  (7.36)

bleibende Verschiebung  $E_{D,p} = 1/4$  (7.37)

Lösung für	Wirkung der Wanddicke		Wirkung des Durchmessers	
	Beste Literaturlösung	Verbesserte Lösung	Beste Literaturlösung	Verbesserte Lösung
elastische Verschiebung	1,0	2,0	0,0	0,5
elast.-plast. Übergang	2,0	2,0	0,0	0,25
bleibende Verschiebung	1,0	1,25	0,0	0,25

Tab. 7.5: Vergleich der Exponenten der besten Literaturlösung mit denen der verbesserten Ansätze

In Tabelle 7.5 sind die ermittelten Exponenten für die Wirkung der Wanddicke und des Durchmessers denen des entsprechenden besten Literaturansatzes (siehe Kap. 6) gegenübergestellt. Die ermittelten Exponenten liegen mit Abweichungen von maximal 1,0 im Bereich der Werte der jeweils besten Literaturlösung.

### 7.3 Gesamtlösung für quasistatisches Verhalten

Mit dem Einfügen der in Kap. 7.2 ermittelten Einflussfunktionen und Exponenten in den allgemeinen Ansatz aus Kap. 7.1 ergeben sich Lösungen, die den Einfluss der hauptsächlich wirkenden Parameter berücksichtigen. Um Wechselbeziehungen zwischen den Einflussfunktionen und den Exponenten des Ansatzes auszuschließen und damit die Gültigkeit über den gesamten Parameterbereich zu beweisen, wird nachfolgend die Korrelation der realen Werte mit den mit dem verbesserten kompletten Ansatz berechneten Ergebnissen betrachtet. Für die Übereinstimmung von realen Werten und berechneten Ergebnissen werden die Konstanten  $K_n$  so aus den realen Kraft-Verschiebungs-Verläufen ermittelt, dass im Mittel alle realen Werte möglichst genau wiedergegeben werden und dass beim Auftragen von realen Werten über den mit der eigenen, verbesserten Lösung berechneten Ergebnissen mit der Steigung  $m$  genau die Linie 1:1 getroffen wird. Die Berechnung der Steigung  $m$  der durch den Nullpunkt erzwungenen Regressionsgerade erfolgt nach Gl. (A16) aus Anhang 10.

#### 7.3.1 Elastische Verschiebung

Für die elastische Verschiebung ergibt sich durch das Einfügen der Konstanten  $c_e$ ,  $d_e$ ,  $E_{s,e}$  und  $E_{D,e}$  nach den Gln. (7.23, 7.25, 7.32, 7.35) in den Ansatz nach Gl. (7.7) mit der zu bestimmenden Konstante  $K_e$  die elastische Steigung  $m_0$  zu

$$m_0 = \frac{F_0}{w_0} = \frac{E}{(1-\nu^2)} \frac{s^2}{D^{0,5}} \frac{\left(1 + \frac{P_i D}{R_p s}\right) \left(1 + \frac{L_L}{4L_0}\right)}{K_e} \quad (7.38)$$

Aus den Koordinaten  $w_0$  und  $F_0$  für den Grenzpunkt  $P_0$  der 109 realen Verläufe an frei gelagerten Stahlrohren lassen sich mit Gl. (7.38) die Einzelwerte der Konstante  $K_e$  berechnen. Aus dem Mittelwert aller Einzelergebnisse ergibt sich für die Konstante  $K_e$

$$K_e = 108 \text{ mm}^{0,5} \quad \text{bzw.} \quad K_e^2 = 11,7 \text{ m} \quad (7.39)$$

Der Vergleich von den realen Werten für die Grenzkraft mit den nach Gl. (7.38) berechneten Ergebnissen ist in Abb. 7.7 dargestellt. Es ergibt sich ein Korrelationskoeffizient von  $r_{xy}$  von 0,982. Dieser Wert liegt weit höher als die höchsten Korrelationskoeffizienten der Literaturlösungen für die elastische Verschiebung für sehr niedrigen Innendruck sowie den gesamten

Innendruckbereich mit Werten von 0,966 und 0,950 (siehe Tab. 6.4). Durch die niedrige Streuung wird die gute Übereinstimmung der verbesserten Gesamtlösung mit den realen Werten über den gesamten Parameterbereich bestätigt. Größere Wechselbeziehungen zwischen den einzelnen Einflussfunktionen und Exponenten können daher ausgeschlossen werden. Die Regressionsgerade mit der Steigung  $m=1$  ist ebenfalls in Abb. 7.7 eingezeichnet.

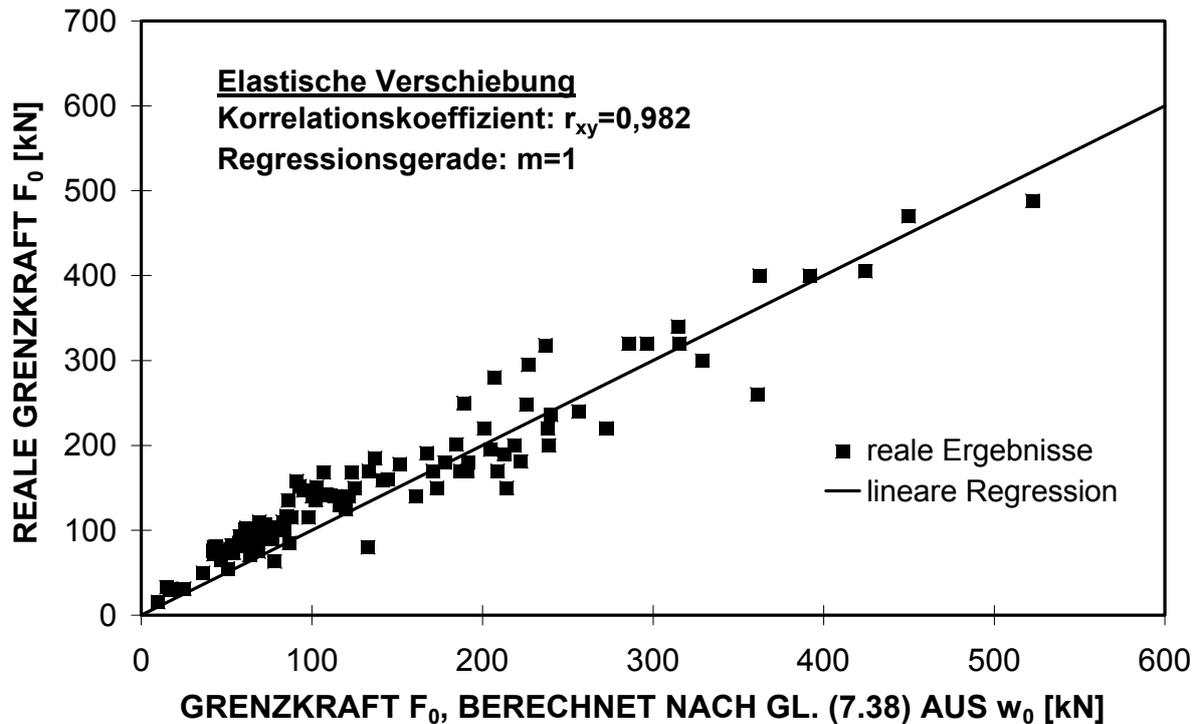


Abb. 7.7: Mit dem verbesserten Modell für die elastische Verschiebung berechnete Werte für die Grenzkraft im Vergleich zu den realen Ergebnissen

### 7.3.2 Übergang von elastischer zu bleibender Verschiebung

Durch das Einfügen der Konstanten  $c_0$ ,  $d_0$ ,  $E_{s,0}$  und  $E_{D,0}$  nach den Gln. (7.24, 7.27, 7.32, 7.36) in den Ansatz nach Gl. (7.8) für die Grenzkraft ergibt sich mit der noch zu bestimmenden Konstante  $K_0$

$$F_0 = K_0 R_p \frac{s^2}{D^{1/4}} \left( 1 + 0,6 \frac{DP_i}{sR_p} \right) \left( 1 + \frac{L_L}{L_0} \right) \quad (7.40)$$

Mit Gleichung (7.40) wurden für die Grenzkraft  $F_0$  der 109 realen Verläufe an frei gelagerten Stahlrohren die entsprechenden Einzelwerte der Konstante  $K_0$  berechnet. Aus dem Mittelwert aller Einzelergebnisse ergibt sich für die Konstante  $K_0$

$$K_0 = 8,1 \text{ mm}^{1/4} \quad \text{bzw.} \quad K_0^4 = 4,30 \text{ m} \quad (7.41)$$

In Abbildung 7.8 sind die realen Werte für die Grenzkraft über den nach Gl. (7.40) berechneten Ergebnissen aufgetragen. Der Korrelationskoeffizient  $r_{xy}$  von 0,989 liegt höher als der größte Korrelationskoeffizient von 0,978 für die beste Literaturlösung für den elastisch-plastischen Übergang (siehe Tab. 6.4).

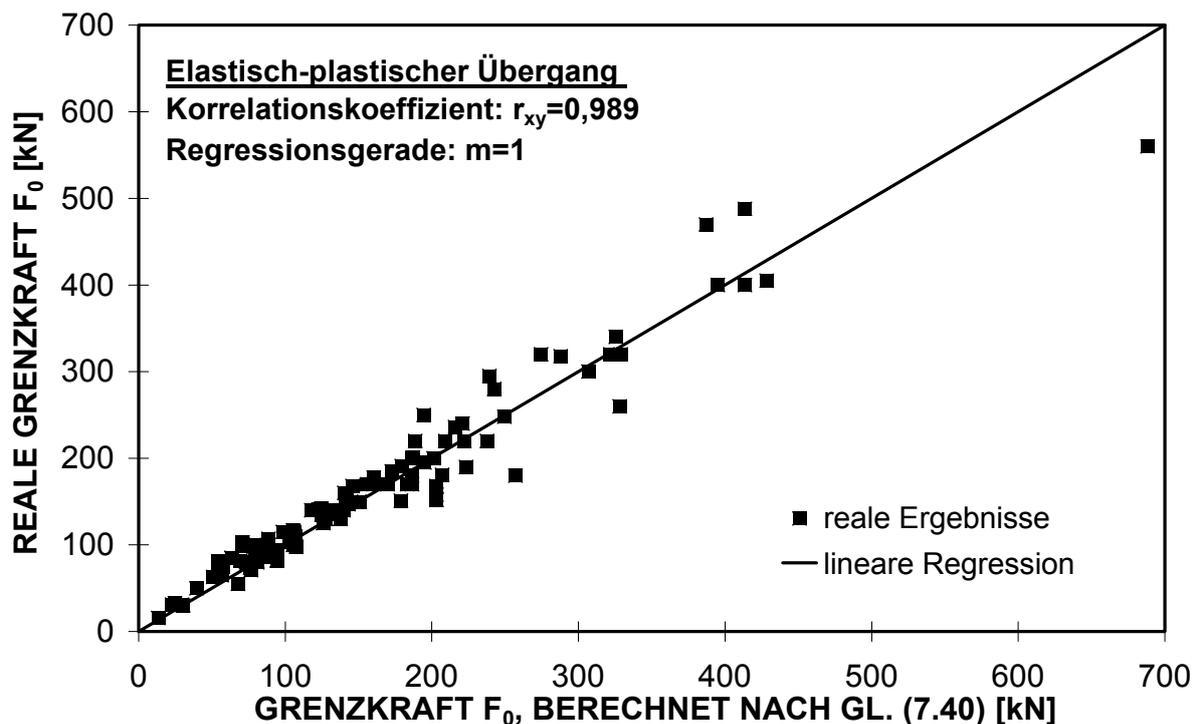


Abb. 7.8: Mit dem verbesserten Modell berechnete Werte für die Grenzkraft im Vergleich zu den gemessenen Ergebnissen

### 7.3.3 Grenze der elastischen Verschiebung

Für die Bestimmung der Konstante  $K_{0,e}$  fanden nur die Ergebnisse aus den 88 Experimenten mit freier Lagerung Anwendung, da die Bestimmung des elastischen Grenzpunktes  $P_{0,e}$  aus den numerischen Rechnungen nur ungenau zu bestimmen ist. Das Auftragen der Versuchswerte für die elastische Grenzkraft  $F_{0,e}$  gegen die realen Werte für die Grenzkraft  $F_0$  ist in Abb. 7.9 dargestellt. Die lineare Regression führt hier zu

$$F_{0,e} = 0,56 F_0 \quad (7.42)$$

und damit zu

$$K_{0,e} = 0,56 K_0 = 4,5 \text{ mm}^{1/4} \quad \text{bzw.} \quad K_{0,e}^4 = 0,42 \text{ m} \quad (7.43)$$

Für die elastische Grenzkraft  $F_{0,e}$  ergibt sich damit

$$F_{0,e} = 0,56 K_0 R_p \frac{s^2}{D^{1/4}} \left( 1 + 0,6 \frac{DP_i}{sR_p} \right) \left( 1 + \frac{L_L}{L_0} \right) \quad (7.44)$$

Der Korrelationskoeffizient  $r_{xy}$  von 0,992 zeigt eine ähnliche Streuung wie für die Grenzkraft. Er liegt weit über den Werten für die Literaturlösungen und bestätigt ebenfalls die Gültigkeit der verbesserten Lösung über den gesamten Parameterbereich.

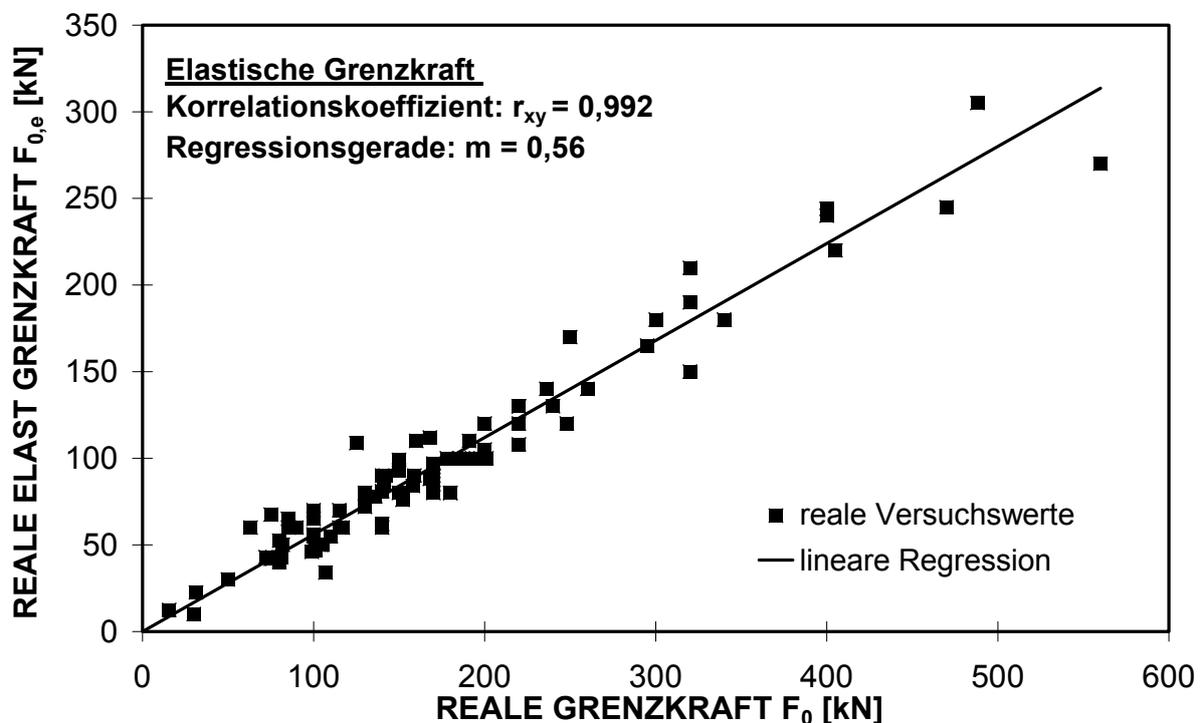


Abb. 7.9: Elastische Grenzkraft  $F_{0,e}$  versus Grenzkraft  $F_0$

### 7.3.4 Verlauf bleibender Verschiebung

Das Beziehen der bleibenden Verschiebung  $w_p$  mit dem Ansatz nach Gl. (7.12) auf die Hilfsfunktion  $f_{p^*}$  ergibt für  $w_{p^*}$

$$w_{p^*} = \frac{w_p}{s} \left( \frac{D}{s} \right)^{1/4} \left( 1 - \frac{L_L}{4L_0} \right) \left( 1 + \frac{DP_i}{sR_p} \right) \quad (7.45)$$

Durch die gewählten Konstanten  $c_p$ ,  $d_p$ ,  $E_{s,p}$  und  $E_{D,p}$  nach den Gln. (7.20, 7.28, 7.33, 7.37) wird die bezogene bleibende Verschiebung  $w_{p^*}$  dimensionslos. In Gl. (7.45) findet sich der für

die Plattenlösungen nach den Gln. (3.32-3.39) typische Quotient  $w_p/s$  wieder. Weiterhin tritt das Durchmesser-Wanddicken-Verhältnis  $D/s$  auf, das in den meisten Modellen für Stahlrohre nach den Gln. (3.40-3.49) verwendet wird.

Das Auftragen der auf die Grenzkraft  $F_0$  bezogenen Kraft  $F$  gegen die dimensionslose, bezogene bleibende Verschiebung  $w_{p^*}$  ergibt den in Abb. 7.10 dargestellten Verlauf (jeweils reale Werte). Hier wurden die Messwerte der Koordinaten der Punkte  $P_0$  bis  $P_4$  sämtlicher 124 Kraft-Verschiebungs-Kurven von frei gelagerten oder eingedeten Stahlrohren eingesetzt. Der Verlauf der Datenpunkte in Abb. 7.10 entspricht der vom Punkt  $P_0$  ausgehenden Kurve des idealisierten Kraft-Verschiebungs-Verhaltens nach Abb. 4.12. Bis zu einem Wert der dimensionslosen, bezogenen bleibenden Verschiebung  $w_{p^*}$  von 8 bzw. bis zu einem Wert der auf die Grenzkraft  $F_0$  bezogenen Kraft  $F$  von 1,5 liegt ein parabelförmiger Verlauf vor. Für größere Werte zeigt sich ein weitgehend lineares Verhalten. Entsprechend dem Ansatz nach den Gln. (7.10, 7.11) kann dieser Kurvenverlauf beschrieben werden mit

$$\frac{F}{F_0} = 1 + \frac{w_{p^*}^2}{130} \quad \text{für } w_{p^*} < 8 \quad \text{oder } F_0 < F < 1,5F_0 \quad (7.46)$$

$$\frac{F}{F_0} = \frac{1}{2} + \frac{w_{p^*}}{8} \quad \text{für } w_{p^*} \geq 8 \quad \text{oder } F \geq 1,5F_0 \quad (7.47)$$

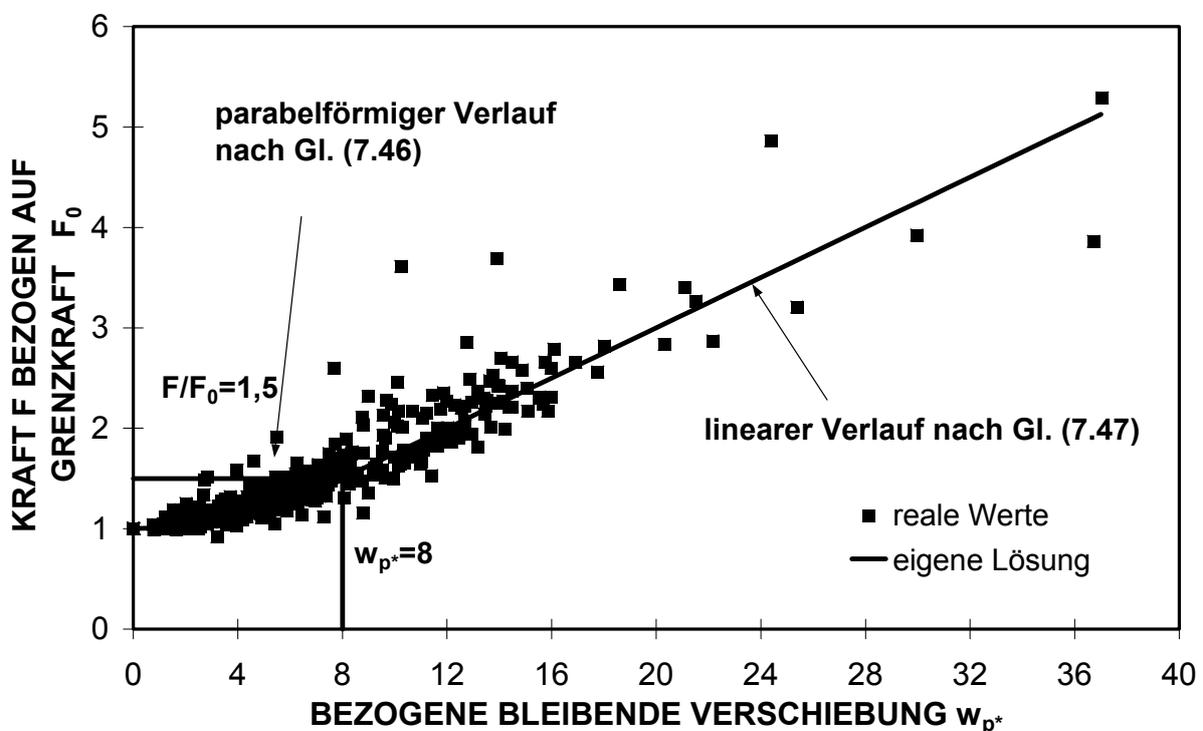


Abb. 7.10: Verlauf von bezogener bleibender Verschiebung  $F/F_0$  und bezogener Kraft  $w_{p^*}$

Somit ergibt sich für die Konstanten

$$K_{p1} = 130, \quad K_{p2} = \frac{1}{2} \quad \text{und} \quad K_{p3} = 8 \quad (7.48)$$

In Abbildung 7.11 sind die realen Werte für die Kraft  $F_4$  über den nach Gl. (7.47) berechneten Ergebnissen aufgetragen. Für alle Datenpunkte ergibt sich für das verbesserte Modell ein Korrelationskoeffizient  $r_{xy}$  von 0,963, der oberhalb des entsprechenden höchsten Wertes von 0,943 für die Literaturlösungen liegt. Hier ist erkennbar, dass das Streuband für die realen Ergebnisse bis zu Kraft-Werten von etwa 600 kN sehr schmal ist. Dies entspricht den Ergebnissen von Rohren mit einer Wanddicke von bis zu 12,6 mm (schwarze Quadrate). Für die vier Datenpunkte mit einer Wanddicke von mehr als 16,7 mm (graue Quadrate) liegt dagegen eine größerer Streuung vor. Bei Berücksichtigung aller realen Ergebnisse mit einer Wanddicke von bis zu 12,6 mm ergibt sich für den gesamten Innendruckbereich sogar ein noch höherer Korrelationskoeffizient von 0,993.

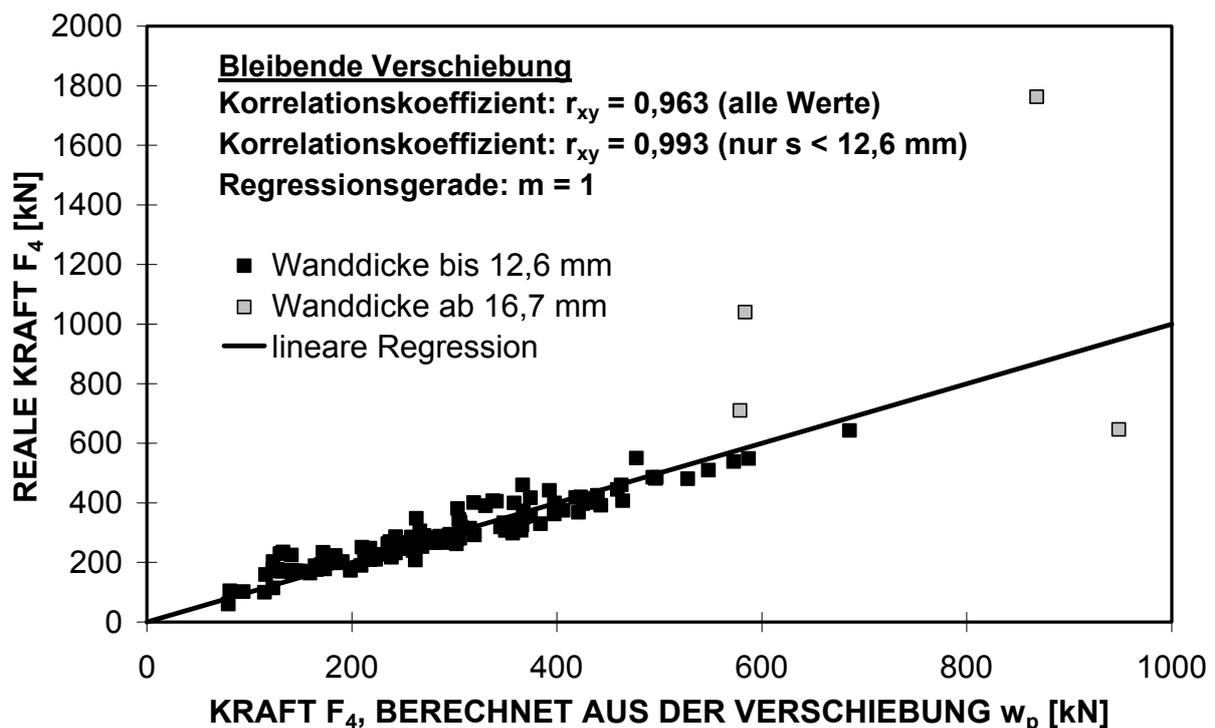


Abb. 7.11: Mit dem verbesserten Modell nach Gl. (7.47) berechnete Werte für die Kraft  $F_4$  im Vergleich zu den realen Ergebnissen

Die Werte des Korrelationskoeffizienten  $r_{xy}$  der entsprechenden Literaturlösung für die elastische Verschiebung, den elastisch-plastischen Übergang sowie die bleibende Verschiebung sind im Vergleich zu den Werten des eigenen verbesserten Modells in Tab. 7.6 zusammengefasst. Der Korrelationskoeffizient für die verbesserte Lösung liegt in allen Fällen

weit über den Werten der besten Literaturlösungen. Damit können größere Wechselbeziehungen zwischen den einzelnen Einflussfunktionen und Exponenten ausgeschlossen werden.

Lösung für	Autor	Gleichung	$r_{xv}$
elastische Verschiebung	Yuan, Ting	(3.10)	0,934
	verbessertes Modell	(7.38)	0,982
elast.-plast. Übergang	Prager, Hopkins	(3.26)	0,946
	verbessertes Modell	(7.40)	0,989
Bleibende Verschiebung	Calladine	(3.35)	0,943
	verbessertes Modell	(7.46, 7.47)	0,993*

Tab. 7.6: Korrelationskoeffizienten für die besten Literaturlösungen und für das verbesserte Modell (alle  $P_i$ , \* bedeutet Wanddicke bis 12,6 mm)

### 7.3.5 Gesamtverschiebung

Das Umstellen von Gl. (7.38) ergibt allgemein für die elastische Verschiebung  $w_e(F)$

$$w_e(F) = F K_e \frac{D^{0,5}}{s^2} \frac{(1-\nu^2)}{E} \left(1 + \frac{DP_i}{sR_p}\right)^{-1} \left(1 + \frac{L_L}{4L_0}\right)^{-1} \quad (7.49)$$

Nach dem Gleichsetzen von Gl. (7.45) mit der nach  $w_{p*}$  aufgelösten Gl. (7.10) errechnet sich für  $F_0 < F < 1,5F_0$  die bleibende Verschiebung  $w_p(F)$  zu

$$w_p(F) = s \left(\frac{s}{D}\right)^{1/4} \sqrt{K_{pl} \left(\frac{F}{F_0} - 1\right)} \left(1 - \frac{L_L}{4L_0}\right)^{-1} \left(1 + \frac{DP_i}{sR_p}\right)^{-1} \quad (7.50)$$

Für  $F \geq 1,5F_0$  ergibt sich für die bleibende Verschiebung  $w_p(F)$  aus den Gln. (7.11, 7.45)

$$w_p(F) = K_{p3} s \left(\frac{s}{D}\right)^{1/4} \left(\frac{F}{F_0} - K_{p2}\right) \left(1 - \frac{L_L}{4L_0}\right)^{-1} \left(1 + \frac{DP_i}{sR_p}\right)^{-1} \quad (7.51)$$

Letztendlich lässt sich aus Gl. (7.49) und Gl. (7.50 oder 7.51) mit der Grenzkraft  $F_0$  nach Gl. (7.40) die von der Kraft  $F$  abhängige Gesamtverschiebung  $w(F)$  errechnen mit

$$w(F) = w_e(F) + w_p(F) \quad (7.52)$$

Als Ergebnis der Lösungsmatrix  $\bar{L}$  nach Gl. (7.15) ergibt sich mit den ermittelten Konstanten des verbesserten Ansatzes zur Beschreibung des Kraft-Verschiebungs-Verhaltens zusammenfassend

$$\begin{bmatrix} 2 & 0,5 & 1 & 0,25 & 108 \text{ mm}^{1/2} & & & \\ 2 & 0,25 & 0,6 & 1 & 8,1 \text{ mm}^{1/4} & 4,5 \text{ mm}^{1/4} & & \\ 1,25 & 0,25 & 1 & -0,25 & 130 & 0,5 & 8 & \end{bmatrix} = \bar{L} \quad (7.53)$$

Der Parameterbereich der für die Auswertung verwendeten Experimente und somit für den überprüften Gültigkeitsbereich des Lösungskonzeptes ist in Tab. 7.7 angegeben.

Parameter	Überprüfter Bereich
Rohrdurchmesser D [mm]	168,3 - 1220
Wanddicke s [mm]	3,2 - 12,6
Durchmesser-Wanddicken-Verhältnis D/s	22 - 96
Innendruck $P_i$ [MPa]	0 - 20,5
Streckgrenze $R_p$ [MPa]	272 - 589
Zugfestigkeit $R_m$ [MPa]	413 - 703
Umfangsspannung $\sigma_u$ [% von $R_p$ ]	0 - 88,9
Beulwerkzeu glänge $L_L$ [mm]	15 - 120

Tab. 7.7: Überprüfter Parameterbereich des verbesserten Lösungsmodells

Dieser Parameterbereich entspricht dem Bereich von üblich verwendeten Hochdruckleitungen, an denen mit üblichen Werkzeugen Beulen erzeugt werden können.

Das verbesserte Modell zur Beschreibung des elastisch-plastischen quasistatischen Kraft-Verschiebungs-Verlauf ist in Tab. 7.8 zusammengefasst.

**Gesamtverschiebung**

$$w(F) = w_e(F) + w_p(F) \quad (7.54) \text{ aus } (7.52)$$

**elastische Verschiebung**

$$w_e(F) = F K_e \frac{D^{0,5}}{s^2} \frac{(1-\nu^2)}{E} \left(1 + \frac{DP_i}{sR_p}\right)^{-1} \left(1 + \frac{L_L}{4L_0}\right)^{-1}$$

mit  $K_e = 108 \text{ mm}^{0,5}$  und  $L_0 = 80 \text{ mm}$  (7.55) aus (7.49)

**Übergang von elastischer zu bleibender Verschiebung**

$$F_0 = K_0 R_p \frac{s^2}{D^{1/4}} \left(1 + 0,6 \frac{DP_i}{sR_p}\right) \left(1 + \frac{L_L}{L_0}\right)$$

mit  $K_0 = 8,1 \text{ mm}^{1/4}$  (7.56) aus (7.40)

**bleibende Verschiebung**

$$w_p(F) = s \left(\frac{s}{D}\right)^{1/4} \sqrt{K_{pl} \left(\frac{F}{F_0} - 1\right)} \left(1 - \frac{L_L}{4L_0}\right)^{-1} \left(1 + \frac{DP_i}{sR_p}\right)^{-1} \quad \text{für } F_0 < F < 1,5F_0$$

mit  $K_{pl} = 130$  (7.57) aus (7.50)

oder

$$w_p(F) = K_{p3} s \left(\frac{s}{D}\right)^{1/4} \left(\frac{F}{F_0} - K_{p2}\right) \left(1 - \frac{L_L}{4L_0}\right)^{-1} \left(1 + \frac{DP_i}{sR_p}\right)^{-1} \quad \text{für } F \geq 1,5F_0$$

mit  $K_{p2} = \frac{1}{2}$  und  $K_{p3} = 8$  (7.58) aus (7.51)

Tab. 7.8: Verbessertes Modell zur Beschreibung des elastisch-plastischen quasistatischen Kraft-Verschiebungs-Verlauf

#### 7.4 Berechnung der Versuche unter Stoßbeanspruchung mit dem quasistatischen Modell

In Kapitel 4.5.2 wurde gezeigt, dass der Kraft-Verschiebungs-Verlauf von quasistatisch und dynamisch durchgeführten Experimenten qualitativ gut vergleichbar ist. Ein direkter

Vergleich der Ergebnisse war jedoch nicht möglich, da die quasistatischen und dynamischen Versuche in der Regel mit unterschiedlichen Versuchsparametern durchgeführt wurden. In diesem Kapitel wird nun gezeigt, dass nicht nur der qualitative Verlauf, sondern auch die absolute Lage der Verläufe unter quasistatischer und dynamischer Stoßbeanspruchung gleichwertig sind. Dazu werden die realen Ergebnisse der dynamisch durchgeführten Versuche mit den Rechenwerten aus dem erarbeiteten hybriden Modell für den quasistatischen Kraft-Verschiebungs-Verlauf verglichen. Die elastische Verschiebung, der elastisch-plastische Übergang und die bleibende Verschiebung werden dabei getrennt voneinander betrachtet.

Für den elastischen Bereich sowie den Übergang von elastischer zu bleibender Verschiebung wurden nur die Ergebnisse von Rohren mit mittlerer Wanddicke von etwa 4 bis 10 mm verwendet (siehe auch Kap. 4.5.2). So lagen bei dünnwandigeren Rohren aufgrund des kurzen Bereichs der elastischen Verschiebung für die Auswertung meist zu wenig Datenpunkte vor. Bei dickwandigeren Rohren lag vorwiegend der erste Trägheitspeak durch das Überschwingen im Bereich der Grenzkraft, dass eine sinnvolle Auswertung nicht möglich war. In Abb. 7.12

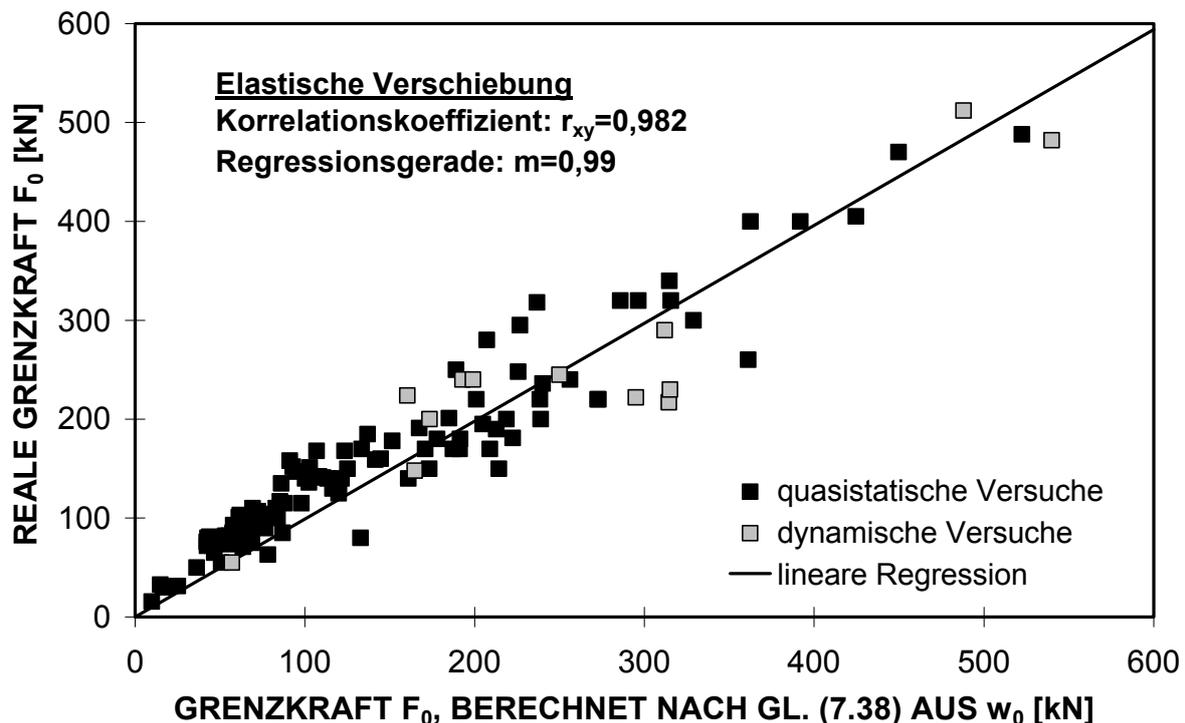


Abb. 7.12: Vergleich der Ergebnisse von quasistatisch und dynamisch durchgeführten Versuchen mit den Rechenergebnissen des neuen Lösungsmodells für die elastische Verschiebung nach Gl. (7.38)

sind die realen dynamischen Ergebnisse für die elastische Verschiebung über den nach Gl. (7.38) berechneten Werte der Grenzkraft  $F_0$  aufgetragen. Zum Vergleich sind hier ebenfalls die quasistatischen Ergebnisse ergänzt. Der Vergleich aller berechneten und gemessenen

Werte zeigt, dass die dynamischen Versuchswerte größtenteils innerhalb des Streubands der quasistatisch ermittelten Versuchswerte liegen. Die statistische Auswertung für alle hier betrachteten Datenpunkte ergibt für den Korrelationskoeffizienten mit 0,982 denselben Wert wie für die quasistatischen Ergebnisse. Für die Steigung  $m$  ergibt sich mit 0,99 ein Ergebnis sehr nahe dem Idealwert von 1.

Für die Bestimmung der Grenzkraft  $F_0$  des elastisch-plastischen Übergangs ist der Vergleich der dynamischen Versuchsergebnisse mit den realen quasistatischen Werten über den mit Gl. (7.40) berechneten Werten in Abb. 7.13 aufgetragen. Es ergaben sich für alle Daten die statistischen Größen  $m = 1,01$  und  $r_{xy} = 0,987$ . Es zeigt sich im Vergleich zu den Werten von  $m = 1,00$  und  $r_{xy} = 0,989$  für die quasistatischen Werte eine nur vernachlässigbar geringe Abweichung. Damit kann der verwendete Ansatz mit der quasistatisch ermittelten Werkstoffstreckgrenze  $R_p$  als ausreichend verifiziert betrachtet werden.

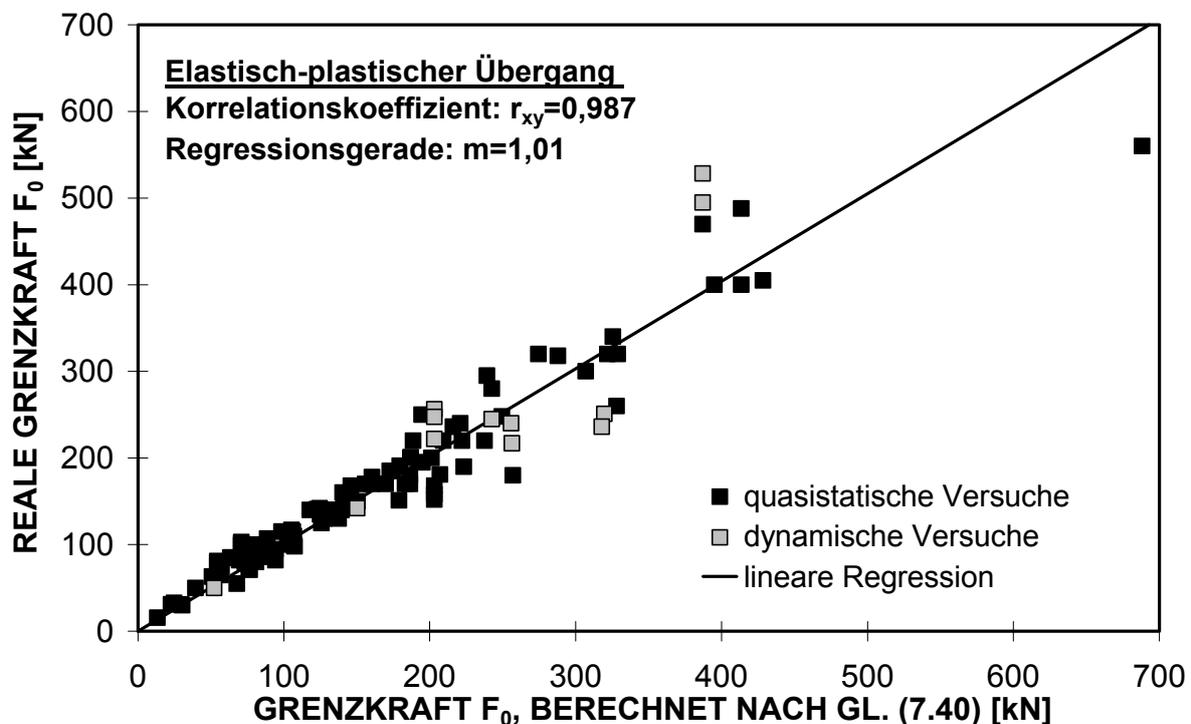


Abb. 7.13: Vergleich von quasistatisch Ergebnissen und dynamisch durchgeführten Versuchen mit den Rechenergebnissen des neuen Lösungsmodell für die Grenzkraft nach Gl. (7.40)

Die Gegenüberstellung der ausgewerteten Kraftwerte  $F_4$  aus den dynamisch durchgeführten Versuchen mit den realen Ergebnissen aus den quasistatischen Experimenten und numerischen Rechnungen und mit den nach Gl. (7.47) berechneten Werten ist in Abb. 7.14 dargestellt. Hier wurden nur die dynamischen Versuche mit einer Wanddicke bis zu 12,6 mm verwendet, um einen Vergleich mit dem Ergebnis für die quasistatische Betrachtung durchzu-

führen. Mit einem Korrelationskoeffizienten  $r_{xy}$  von 0,987 ergibt sich für sämtliche Werte eine etwas größere Streuung als die Betrachtung der quasistatischen Versuche allein ( $r_{xy}=0,993$ , siehe Abb. 7.11). Die Steigung der Regressionsgeraden liegt mit  $m$  von 0,98 der statischen Wert von 1 sehr nahe.

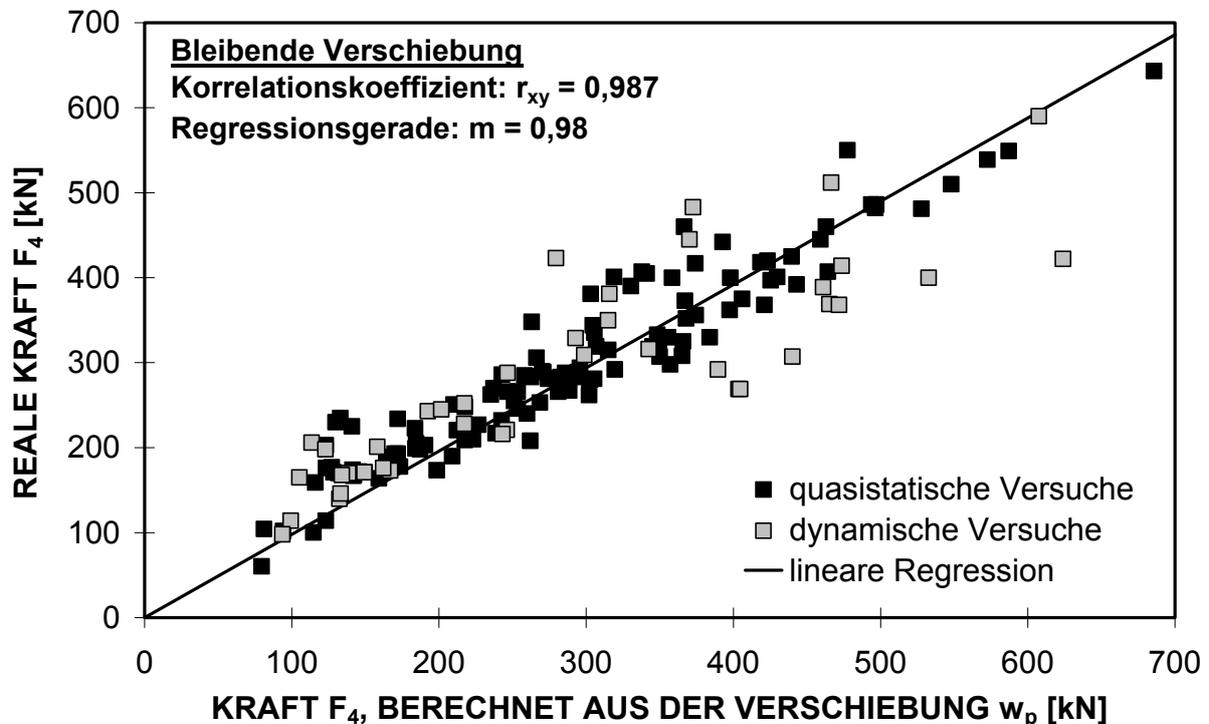


Abb. 7.14: Vergleich von quasistatisch Ergebnissen und dynamisch durchgeführten Versuchen mit den Rechenergebnissen des neuen Lösungsmodells für die Kraft  $F_4$  nach Gl. (7.46 oder 7.47), Wanddicke bis 12,6 mm

Lösung für	Quasistatische Belastung			Quasistatische oder dynamische Belastung		
	m	$r_{xy}$	Anz. d. Werte	m	$r_{xy}$	Anz. d. Werte
elastische Verschiebung	1,00	0,982	109	0,99	0,982	121
elast.-plast. Übergang	1,00	0,989	109	1,01	0,987	121
bleibende Verschiebung*	1,00	0,993	120	0,98	0,987	166

Tab. 7.9: Statistische Auswertung für den Vergleich von dynamisch durchgeführten und quasistatischen Ergebnissen (\* Wanddicke bis 12,6 mm)

Die Ergebnisse für Korrelationskoeffizient  $r_{xy}$  und Steigung der Regressionsgerade  $m$  sind für die elastische und die plastische Verschiebung sowie den elastisch-plastischen Übergang für die gemeinsame Auswertung von dynamischen und quasistatischen Ergebnissen in Tab. 7.9 zusammengefasst. Zusätzlich sind diese Größen für die quasistatische Belastung alleine angegeben. Die Abweichungen des Korrelationskoeffizienten durch die dynamisch durch-

geführten Experimente liegen mit Werten bis maximal 0,006 sehr niedrig. Die Steigung  $m$  der Regressionsgerade weicht um bis zu maximal 2% ab. Diese niedrige Abweichung zeigt, dass die für die quasistatische Belastung entwickelten Gleichungen auch für die dynamische Belastung gelten.

Der Bereich der Randbedingungen für die Auswertung der verwendeten dynamischen Experimente und somit für den überprüften Gültigkeitsbereich des Lösungskonzeptes ist in Tab. 7.10 zusammengefasst.

Parameter	Überprüfter Bereich
Rohrdurchmesser $D$ [mm]	219,1 - 1220
Wanddicke $s$ [mm]	4,3 - 12,5
Durchmesser-Wanddicken-Verhältnis $D/s$	32 – 73
Innendruck $P_i$ [MPa]	0 - 17,7
Streckgrenze $R_p$ [MPa]	340 - 541
Zugfestigkeit $R_m$ [MPa]	420 - 610
Beulwerkzeuflänge $L_L$ [mm]	15 - 120
tatsächliche Masse $M_G$ [kg]	495 - 2870
Endgeschwindigkeit $V_0$ [m/s]	1,0 - 6,9

**Tab. 7.10:** Überprüfter Parameterbereich des verbesserten Lösungsmodells unter dynamischer Stoßbeanspruchung

Der Vergleich des Korrelationskoeffizienten und der Steigung der Regressionsgeraden zeigt für Rohre unter quasistatischer und dynamischer Belastung kaum abweichende Ergebnisse. Somit lässt sich folgern, dass der elastische und der bleibende Verschiebungsverlauf des Stahlrohrs unter Innendruckbelastung bei quasistatischer und dynamischer Belastung mit Geschwindigkeiten von bis zu 6,9 m/s denselben physikalischen Gesetzmäßigkeiten unterliegt. Das verbesserte Lösungsmodell für den Kraft-Verschiebungs-Verlauf zeigt für alle realen Verläufe über den gesamten Parameterbereich eine sehr niedrige Streuung. Damit können Wechselbeziehungen zwischen den Einflussfunktionen und Exponenten ausgeschlossen werden. Das verbesserte Lösungsmodell kann somit als verifiziert und als gültig betrachtet werden.



## 8 Neues Versagenskonzept

Genauso wie aus quasistatischer Belastung kann durch einen dynamischen Kontakt eines Beulwerkzeugs mit einer Rohrleitung bei zu großer Beultiefe ein Versagen infolge Ermüdung oder bei zu großer Kraft sogar ein Versagen infolge eines Durchstoßens resultieren. Aus der Energiebetrachtung beim Einbeulvorgang unter Stoßbeanspruchung durch ein Fallgewicht wie beispielsweise eine fallende Baggerschaufel wird nachfolgend ein neues Versagenskonzept erarbeitet. Basierend auf dem Modell für das Kraft-Verschiebungs-Verhalten bei quasistatischer Belastung wird dazu die Einbeulenergie der effektiven kinetischen Energie des frei fallenden oder sogar beschleunigten Fallgewichts gleichgesetzt. Das erarbeitete Lösungskonzept zur Bestimmung der maximal möglichen Werte der Verschiebung sowie der Kraft wird zusammenfassend für die Anwendung in der Praxis dargestellt.

### 8.1 Versagen der Rohrleitung durch den Kontakt mit einem Baggerzahn

Beim Kontakt eines Baggerzahns mitsamt der Baggerschaufel mit einer Hochdruckleitung kann eine mechanische Beschädigung, wie etwa eine radial nach innen gerichtete Beule entstehen. Im Falle von sehr schweren Baggern kann eine tiefe Beule resultieren oder sogar ein Durchstoßen der Rohrwand erfolgen. Um beides zu verhindern, können für Bauarbeiten in unmittelbarer Nähe der Hochdruckleitung diejenigen Bagger ausgeschlossen werden, die in der Lage sind, ein spontanes oder ein langfristiges Versagen der Rohrleitung hervorzurufen. Dafür darf ein eingesetzter Bagger nicht die kritische Beulkraft  $F_{cr}$  für das Durchstoßen der Rohrwand und nicht die kritische bleibende Beultiefe  $w_{p,cr}$  für eine frühzeitige Ermüdung einer mit schwellendem Innendruck beanspruchten Rohrleitung erreichen. Zur Bestimmung der kritischen Werte  $w_{p,cr}$  und  $F_{cr}$  dienen nach Anhang 1 und 2 die folgenden Zahlenwertgleichungen

$$F_{cr} = 0,464 (sR_m)^{1,087} (L_L + L_T) \quad (8.1)$$

sowie

$$N_{cr} = 5622 \left( \frac{R_m - (\sigma_{max} - \sigma_a)^2 / R_m}{\left( 1 + \sqrt{\frac{w_{p,cr}^{1,5}}{D}} \right) 2\sigma_a} \right)^{5,26} \quad (8.2)$$

Zur Vermeidung eines Versagens der Rohrleitung durch einen einzusetzenden Bagger muss sowohl für die quasistatische als auch für die Stoßbeanspruchung gelten, dass die maximal

erreichbaren Werte für Kraft und bleibende Verschiebung unter den kritischen Werten liegen (Tab 8.1).

$$\max \{ F_{\max, \text{dyn}}, F_{\max, \text{stat}} \} < F_{\text{cr}} \quad (8.3)$$

$$\max \{ w_{p, \max, \text{dyn}}, w_{p, \max, \text{stat}} \} < w_{p, \text{cr}} \quad (8.4)$$

Tab. 8.1: Kriterien für das neue Versagenskonzept bei einem Kontakt eines Beulwerkzeugs mit einer Rohrleitung

Für einen quasistatischen Kontakt können direkt die erreichbaren Maximalwerte für die Kraft  $F_{\max, \text{stat}}$  von Baggerhersteller erfragt und für die bleibende Verschiebung  $w_{p, \max, \text{stat}}$  anhand des in Kap. 7 entwickelten und in Kap. 8.2 zusammengefassten Lösungsmodells aus den gegebenen Randbedingungen berechnet werden. Insbesondere bei sehr hoher quasistatischer Baggerkraft und einer wenig steifen, dünnwandigen Leitung mit niedrigem Innendruck ist ein Versagen aus einem quasistatischen Kontakt zu erwarten.

Dagegen kann für Bagger mit einer schweren und schnell fallenden Schaufel beim dynamischen Aufprall eine weit höhere dynamische Maximalkraft  $F_{\max, \text{dyn}}$  und eine größere maximale bleibende Verschiebung  $w_{p, \max, \text{dyn}}$  entstehen, als bei quasistatischer Belastung möglich ist. Zur Ermittlung einer möglichen kritischen Beschädigung müssen daher zusätzlich die maximalen Werte der bleibenden Verschiebung und der Kraft für den dynamischen Kontakt berücksichtigt werden. Für die Bestimmung der kritischen Kraft  $F_{\text{cr}}$  nach Gl. (8.1) ist bei Stoßbeanspruchung als Werkstoffparameter die dynamisch ermittelte Zugfestigkeit mit erhöhter Dehnrates anstelle der quasistatisch ermittelten Zugfestigkeit  $R_m$  noch zu überprüfen (siehe Anhang 1).

Die Bestimmung der maximal erreichbaren Werte für den Fall des quasistatischen Kontakts ist in Kap. 8.2 angegeben, während die Werte für den dynamischen Kontakt in Kap. 8.3 hergeleitet werden.

## 8.2 Versagen infolge quasistatischen Kontakts

Bei einem quasistatischen Kontakt einer Baggerschaufel mit einer Rohrleitung resultiert die Beultiefe direkt aus der maximal möglichen quasistatischen Kraft des Baggers  $F_{\max, \text{stat}}$ . Die Beultiefe kann – als maximale bleibende Verschiebung  $w_{p, \max, \text{stat}}$  – aus dem in Kap. 7 entwickelten Modell für den Kraft-Verschiebungs-Verlauf berechnet werden (Tab. 8.2). Hier wird die erste bleibende Verschiebung zwischen  $F_{0, e}$  und  $F_0$  vernachlässigt.

$$w_{p,max,stat} = s \left( \frac{s}{D} \right)^{1/4} \sqrt{130 \left( \frac{F_{max,stat}}{F_0} - 1 \right)} \left( 1 - \frac{L_L}{4L_0} \right)^{-1} \left( 1 + \frac{DP_i}{sR_p} \right)^{-1} \quad \text{für } F_0 < F_{max,stat} < 1,5 F_0$$

(8.5) aus (7.50)

oder

$$w_{p,max,stat} = 8 s \left( \frac{s}{D} \right)^{1/4} \left( \frac{F_{max,stat}}{F_0} - \frac{1}{2} \right) \left( 1 - \frac{L_L}{4L_0} \right)^{-1} \left( 1 + \frac{DP_i}{sR_p} \right)^{-1} \quad \text{für } F_{max,stat} \geq 1,5 F_0$$

(8.6) aus (7.51)

mit

$$F_0 = K_0 R_p \frac{s^2}{D^{1/4}} \left( 1 + 0,6 \frac{DP_i}{sR_p} \right) \left( 1 + \frac{L_L}{L_0} \right)$$

(8.7) aus (7.40)

sowie mit

$$K_0 = 8,1 \text{ mm}^{1/4} \quad \text{und} \quad L_0 = 80 \text{ mm}$$

(8.8) aus (7.41)

Tab. 8.2: Berechnung der maximal möglichen quasistatischen Beultiefe

### 8.3 Versagen infolge einer Stoßbeanspruchung

Beim dynamischen Aufprall einer fallenden Baggerschaufel gelten wie in Kap. 7.4 gezeigt für den Kraft-Verschiebungs-Verlauf zwar dieselben Gleichungen wie beim quasistatischen Kontakt, unbekannt ist dabei jedoch die Höhe der auftretenden Maximalkraft  $F_{max,dyn}$ . Die Bestimmung dieser Maximalkraft wird im Folgenden aus dem Energiegleichgewicht von effektiver kinetischer Fallenergie des Beulwerkzeugs  $E_{kin,eff}$  mit der effektiven Masse  $M_{eff}$  und der verrichteten Verschiebungs- bzw. Einbeularbeit  $E_{Beul}$  bei der elastisch-plastischen Verschiebung errechnet (siehe auch [62, 112]).

Das Kraft-Verschiebungs-Verhalten bei dynamischer Stoßbeanspruchung folgt wie in Kapitel 4.5 gezeigt dem idealisierten Verlauf nach Abb. 4.11. Dabei wird nach Abb. 8.1 im Punkt  $P_{max,dyn}$  eine maximale Gesamtverschiebung  $w_{max,dyn}$  und eine maximale Kraft  $F_{max,dyn}$  erreicht, die von der zur Verfügung stehenden kinetischen Fallenergie des Beulwerkzeugs abhängt. Aus der Energieerhaltung bei Stoßbeanspruchung ergibt sich

$$E_{kin,eff} = E_{Beul} \tag{8.9}$$

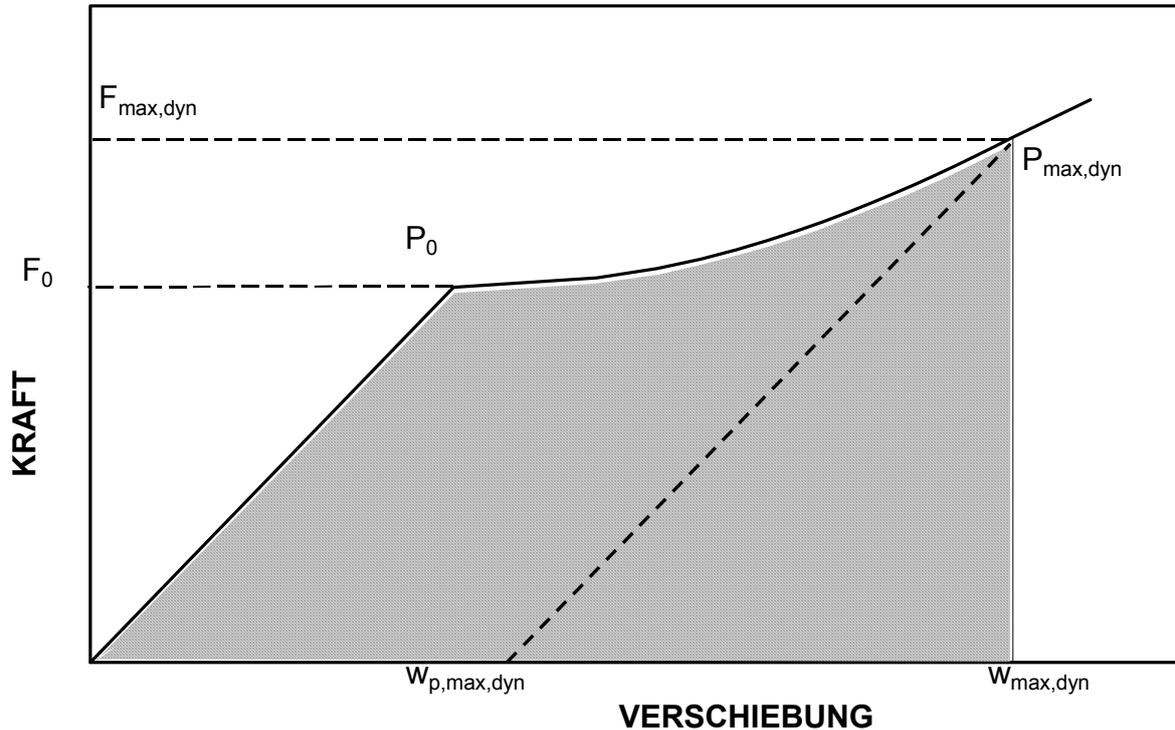


Abb. 8.1: Verrichtete Arbeit beim Einbeulen des Rohrs

Für die frei fallende oder sogar hydraulisch beschleunigte Baggerschaufel mit der Geschwindigkeit beim Aufprall  $V_0$  ergibt sich aus Gl. (8.9) für das lokale Einbeulen des Stahlrohrs

$$\frac{1}{2} M_{\text{eff}} V_0^2 = \int_0^{w_{\text{max,dyn}}} F(w) dw \quad (8.10)$$

Hier ist  $M_{\text{eff}}$  die effektive Masse nach Gl. (4.9). Der Wert des Integrals aus Gl. (8.10), also die Einbeularbeit  $E_{\text{Beul}}$ , entspricht der Fläche unter dem Kraft-Verschiebungs-Verlauf. Diese Fläche ist in Abb. 8.1 schraffiert gekennzeichnet. Nach dem Auflösen des Integrals aus Gl. (8.10) ergibt sich für  $F_0 < F_{\text{max,dyn}} < 1,5 F_0$

$$\frac{1}{2} M_{\text{eff}} V_0^2 = F_{\text{max,dyn}} \cdot w_{\text{max,dyn}} - \frac{F_{\text{max,dyn}}^2}{2m_0} - 7,6 F_0 f_{p^*} \left( \frac{F_{\text{max,dyn}}}{F_0} - 1 \right)^{3/2} \quad (8.11)$$

Für  $F_{\text{max,dyn}} \geq 1,5 F_0$  ergibt sich

$$\frac{1}{2} M_{\text{eff}} V_0^2 = F_{\text{max,dyn}} \cdot w_{\text{max,dyn}} - F_{\text{max,dyn}}^2 \left( \frac{1}{2m_0} + \frac{4f_{p^*}}{F_0} \right) + 4 F_{\text{max,dyn}} f_{p^*} + 0,3 F_0 f_{p^*} \quad (8.12)$$

**Iterative Bestimmung von Maximalkraft  $F_{\max,\text{dyn}}$  und Maximalverschiebung  $w_{\max,\text{dyn}}$** 

$$\frac{1}{2} M_{\text{eff}} V_0^2 = F_{\max,\text{dyn}} \cdot w_{\max,\text{dyn}} - \frac{F_{\max,\text{dyn}}^2}{2m_0} - 7,6 F_0 f_{p^*} \left( \frac{F_{\max,\text{dyn}}}{F_0} - 1 \right)^{3/2}$$

für  $F_0 < F_{\max,\text{dyn}} < 1,5 F_0$  (8.11)

oder

$$\frac{1}{2} M_{\text{eff}} V_0^2 = F_{\max,\text{dyn}} \cdot w_{\max,\text{dyn}} - F_{\max,\text{dyn}}^2 \left( \frac{1}{2m_0} + \frac{4f_{p^*}}{F_0} \right) + 4F_{\max,\text{dyn}} f_{p^*} + 0,3 F_0 f_{p^*}$$

für  $F_{\max,\text{dyn}} \geq 1,5 F_0$  (8.12)

mit

$$M_{\text{eff}} = 0,7 M_G \quad (8.13) \text{ aus (4.9)}$$

$$F_0 = K_0 R_p \frac{s^2}{D^{1/4}} \left( 1 + 0,6 \frac{DP_i}{sR_p} \right) \left( 1 + \frac{L_L}{L_0} \right) \quad (8.14) \text{ aus (7.40)}$$

$$m_0 = \frac{s^2}{K_e D^{0,5}} \frac{E}{(1-\nu^2)} \left( 1 + \frac{DP_i}{sR_p} \right) \left( 1 + \frac{L_L}{4L_0} \right) \quad (8.15) \text{ aus (7.38)}$$

$$f_{p^*} = s \left( \frac{s}{D} \right)^{1/4} \left( 1 - \frac{L_L}{4L_0} \right)^{-1} \left( 1 + \frac{DP_i}{sR_p} \right)^{-1} \quad (8.16) \text{ aus (7.45)}$$

sowie mit den Konstanten

$$K_e = 108 \text{ mm}^{0,5} \quad K_0 = 8,1 \text{ mm}^{1/4} \quad L_0 = 80 \text{ mm} \quad (8.17) \text{ aus (7.39, 7.41)}$$

**Bestimmung der maximalen bleibenden Verschiebung  $w_{p,\max,\text{dyn}}$** 

$$w_{p,\max,\text{dyn}} = s \left( \frac{s}{D} \right)^{1/4} \sqrt{130 \left( \frac{F_{\max,\text{dyn}}}{F_0} - 1 \right)} \left( 1 - \frac{L_L}{4L_0} \right)^{-1} \left( 1 + \frac{DP_i}{sR_p} \right)^{-1} \quad \text{für } F_0 < F_{\max,\text{dyn}} < 1,5 F_0$$

(8.18) aus (7.50)

oder

$$w_{p,\max,\text{dyn}} = 8 s \left( \frac{s}{D} \right)^{1/4} \left( \frac{F_{\max,\text{dyn}}}{F_0} - \frac{1}{2} \right) \left( 1 - \frac{L_L}{4L_0} \right)^{-1} \left( 1 + \frac{DP_i}{sR_p} \right)^{-1} \quad \text{für } F_{\max,\text{dyn}} \geq 1,5 F_0$$

(8.19) aus (7.51)

Tab. 8.3: Berechnung der maximal möglichen dynamischen Beultiefe und Beulkraft

Die Herleitung der Gln. (8.11, 8.12) ist in Anhang 11 näher erläutert. In Tab. 8.3 ist der gesamte mathematische Zusammenhang zwischen den wirkenden Größen für die kinetische Energie des Beulwerkzeugs (nämlich Masse  $M_G$  und Aufprallgeschwindigkeit  $V_0$ ) und den erreichten Maximalwerten von Kraft  $F_{\max, \text{dyn}}$  und Verschiebung  $w_{\max, \text{dyn}}$  zusammenfassend aufgelistet. Die Lösung der beiden gesuchten Größen aus der Gl. (8.11 oder 8.12) erfolgt iterativ mit Hilfe der Gln. (8.13-8.17) für die Parameter  $M_{\text{eff}}$ ,  $F_0$ ,  $m_0$  und  $f_p^*$ . Aus der ermittelten maximalen Verschiebung  $w_{\max, \text{dyn}}$  lässt sich mit Gl. (8.18) oder Gl. (8.19) die maximale bleibende Verschiebung bzw. die Beultiefe  $w_{p, \max, \text{dyn}}$  errechnen.

Liegen nach Gl. (8.4) die berechneten Werte für die quasistatische bleibende Maximalverschiebung  $w_{p, \max, \text{stat}}$  nach Gl. (8.5) bzw. nach Gl. (8.6) und für die dynamische bleibende Maximalverschiebung  $w_{p, \max, \text{dyn}}$  nach Gl. (8.18) bzw. Gl. (8.19) unter dem kritischen Wert  $w_{p, \text{cr}}$ , so dürfte im Falle eines Kontakts der Rohrleitung durch einen Baggerzahn keine vorzeitige Ermüdung durch eine Beule erfolgen. Für die berechneten Werte der dynamischen Maximalkraft  $F_{\max, \text{dyn}}$  nach Gl. (8.11) bzw. nach Gl. (8.12) und der gegebenen statischen Maximalkraft  $F_{\max, \text{stat}}$  unter dem kritischen Wert  $F_{\text{cr}}$  ist kein Durchstoßen der Rohrwand durch den Baggerzahn zu erwarten.

#### 8.4 Beispiel zur Anwendung des neuen Versagenskonzepts

Beispielhaft soll für eine Ölhochdruckleitung unter schwellenden Innendruck die Möglichkeit einer kritischen Beschädigung durch einen in direkter Umgebung eingesetzten Bagger bestimmt werden. Nachstehende Parameter dienen als Grundlage:

Durchmesser  $D = 406$  mm, Wanddicke  $s = 7$  mm

Innendruck  $P_i = 17$  MPa

Streckgrenze  $R_p = 460$  MPa, Zugfestigkeit  $R_m = 580$  MPa

statische Maximalkraft des Baggers  $F_{\max, \text{stat}} = 200$  kN

Beulwerkzeugabmessung  $L_L = 80$  mm,  $L_T = 6$  mm

tatsächliche Schaufelmasse  $M_G = 1550$  kg

maximal mögliche Endgeschwindigkeit der Schaufel  $V_0 = 5,3$  m/s

Bei der Auslegung auf eine Lebensdauer von 50 Jahren erfolgt aufgrund diverser Laststufen infolge von Innendrucklastwechseln aus der Berechnung der Lebensdauer nach Gl. (A.5) aus Anh. 2 und nach der Schadens-Akkumulationshypothese von Palmgren-Miner [113] eine kritische Verschiebung von  $w_{p, \text{cr}} = 13,8$  mm.

$$F_{\text{cr}} = 334 \text{ kN} \quad \text{aus (A.4) von Anh. 1}$$

$$w_{p, \text{cr}} = 13,8 \text{ mm} \quad \text{aus (A.5) von Anh. 2}$$

**Dynamische Stoßbeanspruchung:**

Für die Stoßbeanspruchung berechnen sich mit

$$M_{\text{eff}} = 1085 \text{ kg} \quad \text{aus (8.13)}$$

$$F_0 = 186 \text{ kN} \quad \text{aus (8.14)}$$

$$m_0 = 20,4 \frac{\text{kN}}{\text{mm}} \quad \text{aus (8.15)}$$

$$f_{p^*} = 1,076 \text{ mm} \quad \text{aus (8.16)}$$

iterativ die maximalen Werte für die Kraft und für die Verschiebung zu

$$\underline{F_{\text{max,dyn}} = 570 \text{ kN}} \quad \text{sowie} \quad \underline{w_{\text{max,dyn}} = 49,5 \text{ mm}} \quad \text{aus (8.11 oder 8.12)}$$

Daraus folgt für die maximale bleibende Verschiebung

$$\underline{w_{p,\text{max,dyn}} = 22,0 \text{ mm}} \quad \text{aus (8.18 oder 8.19)}$$

**Quasistatischer Kontakt:**

Für den quasistatischen Kontakt ergibt sich

$$\underline{w_{p,\text{max,stat}} = 5,0 \text{ mm}} \quad \text{aus (8.5 oder 8.6)}$$

Mit den Ergebnissen

$$\underline{F_{\text{max,stat}} = 200 \text{ kN} < F_{\text{cr}} = 334 \text{ kN}} \quad (8.20)$$

$$\underline{w_{p,\text{max,stat}} = 5,0 \text{ mm} < w_{p,\text{cr}} = 13,8 \text{ mm}} \quad (8.21)$$

wird deutlich, dass durch einen quasistatischen Kontakt der Baggerschaufel mit der Rohrleitung kein Versagen zu erwarten ist.

Dagegen ergibt die Betrachtung der Ergebnisse unter Stoßbeanspruchung durch den Baggerzahn die maximalen Werte für die Kraft und die bleibende Verschiebung mit

$$\underline{w_{p,\max,\text{dyn}} = 22,0 \text{ mm} > w_{p,\text{cr}} = 13,8 \text{ mm}} \quad (8.22)$$

$$\underline{F_{\max,\text{dyn}} = 570 \text{ kN} > F_{\text{cr}} = 334 \text{ kN}} \quad (8.23)$$

Die berechnete dynamisch aufgebrachte Beulkraft liegt nach Gl. (8.23) höher als die kritische Kraft. Sie wird jedoch nicht erreicht werden, da vorher das Durchstoßen der Rohrwand erfolgen dürfte und die Rohrleitung spontan versagen wird. Würde kein dynamisches Durchstoßen erfolgen, läge allerdings die bleibende Verschiebung nach Gl. (8.22) ebenfalls oberhalb des kritischen Wertes. Beim Einsatz des betrachteten Baggers in der Nähe Ölhochdruckleitung ist daher bei Stoßbeanspruchung unter diesen Randbedingungen ein Versagen der Rohrleitung zu erwarten.

## **9 Zusammenfassung**

Beim Einsatz von schweren Baggern in der Nähe einer innendruckbehafteten Hochdruckrohrleitung kann eine Beschädigung durch eine bleibende Beule entstehen, wenn die Rohrleitung durch die Baggerzähne mitsamt der Baggerschaufel getroffen wird. Eine bleibende Beule mit einer kleinen Beultiefe bzw. bleibenden Verschiebung bedeutet dabei eine vernachlässigbare Schädigung und kann teilweise in der Rohrleitung belassen werden. Mit dem Erreichen einer zu großen bleibenden Verschiebung, nämlich der kritischen Beultiefe, kann die Lebensdauer des Rohres durch eine schwellende Innendruckbelastung so herabgesetzt werden, dass das Rohr vorzeitig durch Leckage versagt. Bei einer Stoßbeanspruchung durch beispielsweise einen frei fallenden oder sogar hydraulisch beschleunigten Baggerarm sind beim Aufprall auf eine Rohrleitung die resultierenden Kräfte teilweise weit höher als die quasistatische möglichen Kräfte des Baggers. Beim Erreichen der kritischen Kraft erfolgt mit dem Überschreiten der Werkstoffschubfestigkeit ein Durchstoßen der Rohrwand. In diesem Fall versagt die Rohrleitung durch Leckage spontan. Aus der Literatur ist bekannt, wie hoch die kritische Kraft für das Versagen infolge eines Durchstoßens ist. Ebenso lässt sich die kritische Beultiefe für ein Versagen der Rohrleitung infolge Ermüdung durch Innendruck-schwellbelastung errechnen. Dagegen ließ sich bisher nicht für den kompletten Bereich der möglichen Randparameter angeben, welche maximale bleibende Verschiebung oder welche Maximalkraft beim Kontakt eines Baggerzahns mit der Rohrleitung entstehen kann. Die bisher vorhandenen Ansätze für den Kraft-Verschiebungs-Verlauf von ähnlichen Belastungsfällen beschreiben eine solche lokale Belastung eines Baggerzahns auf ein Stahlrohr unter Innendruckbelastung nur unzureichend genau. Eine Lösung für die Stoßbeanspruchung war bisher nicht vorhanden. Das Ziel dieser Arbeit war daher, ein Berechnungskonzept für die quasistatische und dynamische Stoßbeanspruchung zu erarbeiten, mit dem sich die Maximalwerte für die bleibende Verschiebung und die auftretende Kraft über den für Hochdruckrohrleitungen typischen kompletten Parameterbereich bestimmen lassen. Anhand dieses Konzeptes soll bewertet werden können, ob die in unmittelbarer Rohrleitungsnähe eingesetzten Bagger ein Versagen der Rohrleitung infolge Ermüdung oder Durchstoßen hervorrufen können.

Zur Beschreibung dieses Vorgangs wurden quasistatische Beulversuche sowie dynamische Fallgewichtsexperimente durchgeführt. Dabei war die Ermittlung des Kraft-Verschiebungs-Verhaltens mit den entsprechenden Maximalwerten von besonderem Interesse. Die Randbedingungen der Versuche erstreckten sich über einen weiten Bereich der hauptsächlich wirkenden Parameter Durchmesser, Wanddicke, Werkstoff, Innendruck und Beulwerkzeuglänge. Die Versuche wurden ergänzt durch numerische Rechnungen mit der Methode der Finiten Elemente, die systematisch mit geänderten Rechenparametern durchgeführt wurden. Diese Rechnungen geben die Ergebnisse der Versuche gut wieder. Sämtliche quasistatischen Kraft-Verschiebungs-Kurven aus Experimenten und numerischen Rechnungen zeigen einen monoton steigenden Verlauf ohne ein instabiles Verschiebungsverhalten. Der Beginn der

Verschiebung ist geprägt durch einen linear-elastischen Anstieg. Nach dem Erreichen der Plastifizierung erfolgt zusätzlich eine lokale, bleibende Einbeulung im Bereich der Kräfteinleitung. Bei den dynamisch durchgeführten Fallgewichtversuchen mit Geschwindigkeiten beim Aufprall von bis zu 6,9 m/s wurden Kraft-Zeit-Verläufe gemessen, die nach der doppelten Integration der Kraft nach Newton in geglättete Kraft-Verschiebungs-Verläufe umgerechnet wurden. Es wurde gezeigt, dass die dynamisch durchgeführten Experimente das gleiche charakteristische Kraft-Verschiebungs-Verhalten aufweisen wie die Versuche unter quasistatischer Belastung.

Die bisher vorhandenen Lösungen aus der Literatur für die elastische Verschiebung, für die bleibende Verschiebung sowie für den elastisch-plastischen Übergang wurden mit den realen Ergebnissen aus Versuchen und numerischen Rechnungen bezüglich ihrer Güte statistisch bewertet. Dazu diente die lineare Regression nach der Methode der kleinsten Quadrate nach Gauß, wobei als Kriterium für die Güte der Korrelationskoeffizient der durch den Koordinatenursprung erzwungenen Regressionsgerade verwendet wurde. Sämtliche Lösungsansätze gaben die zur Verfügung stehenden Ergebnisse entweder nicht befriedigend oder nur in bestimmten Teilbereichen der Parameter gut wieder. Die Begründung für die schlechte Übereinstimmung liegt in der Herleitung der theoretischen Lösungen mit den für die vorliegende Belastung unzulässigen Vereinfachungen. Die experimentellen Arbeiten basieren auf anderen Randbedingungen oder zu wenigen Parameterkombinationen.

Zur Beschreibung des elastisch-plastischen Kraft-Verschiebungs-Verlaufs im Bereich der Kräfteinleitung wurde ein verbessertes Lösungsmodell entwickelt. Dafür wurde die hybride Modellierung, also die Kombination von analytisch physikalischer Modellierung und der Black Box Modellierung verwendet. Die Modellierung erfolgte jeweils in Anlehnung an die entsprechende Literaturlösung mit der statistisch besten Korrelation mit den realen Werten. Dies war für die elastische Verschiebung die Lösung von Yuan und Ting sowie für den Übergang von elastischer zu bleibender Verschiebung die Lösung für die Grenzkraft der Kreisplatte von Prager und Hopkins. Die Lösung von Calladine für die Kreisplatte ergab sich als beste Literaturlösung für den bleibenden Kraft-Verschiebungs-Verlauf. In allen drei Fällen wurde über lineare Ansätze einerseits die Kesselformel zur Korrektur des Innendruckeinflusses durch die Umfangsspannung verwendet sowie andererseits die auf die typische Baggerzahnlänge bezogene Beulwerkzeuglänge eingearbeitet. Das Anpassen der gewählten Ansätze an die realen Versuchs- und Rechenwerte ergab eine verbesserte Lösung, die die quasistatisch oder dynamisch ermittelten Kraft-Verschiebungs-Verläufe analytisch gut beschreibt. Dabei wird - insbesondere für Wanddickenwerte von bis zu 12,6 mm - eine sehr geringe Abweichung der realen Werte aus Versuchen und numerischen Rechnungen von den mit dem verbesserten Modell berechneten Ergebnisse erzielt.

Als Ergebnis dieser Arbeit wurde schließlich ein Versagensmodell bei Stoßbeanspruchung der Rohrleitung durch eine frei fallende oder sogar beschleunigte Masse wie beispielsweise eine Baggerschaufel entwickelt. Über die Energieerhaltung der zur Verfügung stehenden

kinetischen Energie der Baggerschaufel und der vom Rohr aufgenommenen Einbeularbeit wurde ein analytisches Rechenmodell zur Bestimmung der maximal auftretenden Beultiefe sowie der Maximalkraft erstellt. Für den frei fallenden oder sogar hydraulisch beschleunigten Baggerarm wurde dazu die effektiv wirkende Masse bestimmt.

Mit dem einfach anzuwendenden Versagensmodell kann aus der maximal zur Verfügung stehenden quasistatischen Kraft oder der kinetischen Energie eines fallenden oder sogar beschleunigten Beulwerkzeugs die maximal erreichbare Verschiebung bzw. Beultiefe sowie die größte auftretende Kraft berechnet werden. Dadurch lässt sich für einen in unmittelbarer Nähe einer Hochdruckstahlrohrleitung eingesetzten Bagger abschätzen, ob bei einem Kontakt mit der Rohrleitung eine unzulässig tiefe Beule oder eine unzulässig hohe Kraft auftreten kann oder nicht. Bei der Anwendung des erarbeiteten Lösungskonzeptes dürfte also kein spontanes Versagen infolge des Durchstoßens der Rohrwand und kein vorzeitiges Ermüden durch eine zu große bleibende Beultiefe erfolgen.



**10 Literaturverzeichnis**

- [1] Steiner, M.; Bood, R.B.; Galli, M.; Marewski, U.; Roovers, P.; Zarea, M., EPRG Methods for Assessing the Tolerance and Resistance of Pipelines to External Damage (Part 1 und 2), 3R international, S. 739-744, Heft 10/11 und S. 806-811, Heft 12, 1999
- [2] Bolt, R., 5<sup>th</sup> Report of the European Gas Pipeline Incident Data Group (EGIG) 1970-2001, [www.gastransportservices.nl/EGIG/](http://www.gastransportservices.nl/EGIG/)
- [3] Engel, A.; Heseding, J., Beulen in Rohrleitungen, 3R int. 21, Heft 7, S. 344-347, 1982
- [4] Steiner, M.; Vogt, G., The Fatigue strength of SAW pipe under fluctuating internal pressure loads, 3R international, S. 610-612, 1997
- [5] Hopkins, P.; Clyne, A., The significance of dents and defects in transmission pipelines, Second Conference on Pipework, Engineering & Operation, Institution of Mechanical Engineers, London, 1989
- [6] Julisch, P., Untersuchungen an eingebeulten Rohren, DGMK-Forschungsbericht 253, 1981
- [7] Julisch, P., Weitere Innendruck-Schwellversuche an Rohren mit Beulen, DGMK-Forschungsbericht 330, 1983
- [8] Engel, A., Der Einfluß von Beulen auf die Sicherheit von Gashochdruckleitungen, GWF-Gas · Erdgas 135, Nr. 10, 1994
- [9] Wicks, P. J.; Cheaitani, M. J.; Bolt, H. M., The assessment of pipeline defects, Pipeline Technology, Vol. II, S. 315-326, 1995
- [10] Seng, O. L.; Wing, C. Y.; Seet, G., The Elastic Analysis of a Dent on Pressurized Pipe, Int. J. Pres. Ves. & Piping 38, S. 369-383, 1989
- [11] Seng, O. L., Derivation of Stresses Associated with a Long Axial Dent in a Pressurized Cylinder, Int. J. Mech. Sci., Vol. 33, No. 2, S. 115-123, 1991
- [12] Seng, O. L.; Tooth, A. S., The Effect of High Internal Pressure on Pipes and Cylindrical Vessels which are Subject to External Constraint and Initial Geometric Imperfections, Proc. Appl. Solid Mech., S. 305-329, 1985

- [13] Ellinas, C. P., Ultimate Strength of Damaged Tubular Bracing Members, Jour. Struc. Eng., Vol. 110, No. 2, S. 245-259, 1984
- [14] Spiekhout, J., A New Design Philosophy for Gas Transmission Pipelines-Designing for Gouge-Resistance and Puncture-Resistance, Pipeline Technology, Vol. II, S. 479- 489, 1995
- [15] Belonos, S. P.; Ryan, S. R., Dents in Pipe, The Oil and Gas Journal, Vol. 17, S. 155-160, 1958
- [16] Jones, D. G., The significance of mechanical damage in pipelines, 3R int. 21, Heft 7, S. 347-354, 1982
- [17] Willings, Schlußbericht des Arbeitskreises Verformungen von Großrohrleitungen - Sicherheitstechnische Bewertung und Vermeidung -, Ruhrgas-TCPC vw/az 982, 1994
- [18] Walter, F., Die Saar Ferngas-Baggerschädenstrategie, Neue DELIWA-Zeitschrift, Heft 3/92, 1992
- [19] Kuhlmann, B., KLIC-Ein niederländisches System zur Vermeidung fremdverursachter Schäden an Rohrleitungen und Kabeln, 3R int. 34, Heft 12, S. 636-638, 1995
- [20] DVGW-Hinweis G 473, Verfahren zum Auffinden, Bewerten, Behandeln und Vermeiden von Beulen an Gashochdruckleitungen, 1995
- [21] Naijie, S.; Jitao, Z.; Wenige, L., Stress State in the Saddle Zone of Pressure Vessels and Piping, Int. J. Pres. Ves. & Piping 63, S. 155-164, 1995
- [22] Krupka, V., The Background to a New Design Proposal for Saddle Supported Vessels, Int. J. Pres. Ves. & Piping 46, S. 51-65, 1991
- [23] Mang, F., Festigkeitsprobleme bei örtlich gestützten Rohren und Behältern, Rohre Rohrleitungsbau Rohrleitungstransport, Heft 4, S. 207-213, 1970 sowie Heft 1, S. 22-30, 1971
- [24] Girkmann, K., Berechnung eines Rohrstranges mit Gleitblechlagerung, Österr. Ing. Arch., Band 4, S. 115-130, 1954
- [25] Czerwonka, W.; Die Probleme an Rohrwiderlagern bei erdverlegten nicht längskraftschlüssig verbundenen Rohren, gwf-wasser/abwasser 119, Heft 10, 1978

- [26] Jones, N., Plastic Behaviour of Ship Structures, Transactions, Society of Naval Architects and Marine Engineers, Vol. 84, S. 115-145, 1976
- [27] Jones, N.; Walters, R. M., A comparison of theory and experiments on the dynamic plastic behaviour of shells, Archives of Mechanics, Vol. 24, S. 701-714, 1972
- [28] Reid, S. R., Influence of Geometrical Parameters on the mode of Collapse of a 'Pinched' Rigid-Plastic Cylindrical Shell, Int. J. Solid, Struc., Vol. 14., S. 1027-1043, 1977
- [29] Johnson, W.; Ghosh, S. K.; Mamalis, A. G.; Reddy, T. Y.; Reid, S. R., The Quasi-Static Piercing of Cylindrical Tubes or Shells, Int. J. Mech. Sci., Vol. 22, S. 9-20, 1980
- [30] Johnson, W.; Reid, S. R.; Ghosh, S. K., Piercing of Cylindrical Tubes, Jour. Pres. Ves. Tech., Vol. 103, S. 255-260, 1981
- [31] Waller, H.; Schmidt, R, Schwingungslehre für Ingenieure, Theorie, Simulation, Anwendungen, BI Wissenschaftsverlag, Mannheim/Wien/Zürich, 1989
- [32] Waller, H.; Behrens, H.; Jaschke, P.; Steinhausen, J., Modelling of Technical Systems: Application to Hydrodynamic Torque Converters and Couplings
- [33] Mannesmann Großrohre, Mannesmannröhren-Werke AG, Düsseldorf, 1980
- [34] Flügge, W., Statik und Dynamik der Schalen, 2. Auflage, Berlin-Göttingen-Heidelberg 1957
- [35] Yuan, S. W., Thin Cylindrical Shells Subjected to Concentrated Loads, Quart. Appl. Math. 4, S. 13-26, 1946
- [36] Donnell, L. H., Stability of Thin-Walled Tubes under Torsion, NACA Report No. 479, 1933
- [37] Hoff, N. J., The Accuracy of Donnell's Equations, J. App. Mech. 22, S. 329, 1955
- [38] Bieger, K.-W., Kreiszyinderschalen unter radialen Einzellasten, Berechnungsverfahren und Katalog von Einflußflächen, Springer-Verlag, 1976
- [39] Morley, L. S. D., The Thin-Walled Circular Cylinder Subjected to Concentrated Radial Loads, Quart. J. Mech. And Appl. Math., Vol. 13, S. 24-37, 1960

- [40] Buchwald, V. T., Some Problems of Thin Circular Cylindrical Shells - I. The Equations, Jour. Of Math. And Phys., Vol. 46, S. 237-252, 1967
- [41] Yuan, S. W.; Ting, L., On Radial Deflections of a Cylinder Subjected to Equal and Opposite Concentrated Radial Loads, J. Appl. Mech. 24, S. 278-282, 1957
- [42] Lukasiewicz, S. A., Introduction of Concentrated Loads in Plates and Shells, Progress in Aerospace Science, Vol. 17, No. 2, S. 109-146, 1976
- [43] Calladine, C. R., Thin-walled Elastic Shells Analysed by a Rayleigh Method, Int. J. Solid Struc. Vol. 13, S. 515-530, 1977
- [44] Bijlaard, P. P., Stresses from Local Loadings in Cylindrical Pressure Vessels, Trans. ASME, Vol. 77, No. 6, S. 805-814, 1955
- [45] Bijlaard, P. P., Stresses from Radial Loads in Cylindrical Pressure Vessels, Welding J., Vol. 33, S. 615-623, 1954
- [46] Klein, B., Effects of Local Loadings on Pressurized Circular Cylindrical Shells, Aircraft Eng. 30, S. 356-361, 1958
- [47] Cannata, P., Die Auswirkung von Einzellasten auf den Mantel zylindrischer Körper, Acier, Stahl, Steel, Nr. 4, S. 191-198, 1966
- [48] Timoshenko, S. P.; Woinowsky-Krieger, S., Theory of Shells and Plates, 2. Auflage, McGraw-Hill Book Company, New York, S. 501-507, 1959
- [49] Ting, L.; Yuan, S. W., On Radial Deflection of a Cylinder of Finite Length with Various End Conditions, Jour. Aero. Sci. 25, S. 230-234, 1958
- [50] Flügge, W.; Elling, R. E., Singular solutions for Shallow Shells, Int. J. Solid Structures, Vol. 8, S. 227-247, 1972
- [51] Flügge, W., Stresses in Shells, Springer Verlag, 2. Auflage, 1973
- [52] Roark, R. J., The Strength and Stiffness of Cylindrical Shells Under Concentrated Loading, ASME, Jour. Appl. Mech., Vol. 2, No. 4, S. 147-152, 1935
- [53] Ellinas, C. P.; Walker, A., Damage on offshore tubular bracing members, IABSE Colloquium on ship collisions with bridges and offshore structures, Copenhagen, S. 253-261, 1983

- [54] Mellem, T.; Spiten, J.; Verley, R.; Moshagen, H., Trawl Board Impacts on Pipelines, OMAE-Vol. V, Pipeline Technology, S. 165-178, 1996
- [55] Oliviera de, J. G.; Wierzbicki, T.; Abramowicz, W., Plastic behaviour of tubular members under lateral concentrated loading, Det Norske Veritas technical report 82-0708, 1982
- [56] Jones, N.; Shen, W. Q., A theoretical study of the lateral impact of fully clamped pipelines, Jour. Proc. Mech. Eng. 206, S. 129-146, 1992
- [57] Jones, N.; Birch, S. E.; Zhu, L.; Brown, M., An experimental study on the lateral impact of fully clamped mild steel pipes, Jour. Proc. Mech. Eng. 206, S. 111-127, 1992
- [58] Spiekhout, J.; Gresnigt, A. M.; Koning, C.; Wildschut, H., Calculation models for the evaluation of the resistance against mechanical damage of pipelines, 3R int. 25, Heft 4, S. 198-203, 1986
- [59] Spiekhout, J.; Gresnigt, A. M.; Kusters, G. M. A., The behaviour of a steel cylinder under the influence of a local load in the elastic and elasto-plastic area, Lecture Notes in Engineering no. 26, Springer-Verlag, S. 329-336, 1986
- [60] Peech, J. M.; Roemer, R. E.; Pirotin, S. D.; East, G. H.; Goldstein, N. A., Local Crush Rigidity of Pipes and Elbows, Trans. 4th Int. Conf. SMIRT, Paper F 3/8, 1977
- [61] Enis, R. O.; Bernal, D. B.; Burdette, E. G., A Design Guide for Evaluation of Barriers for Impact from Whipping Pipes, Proc. 2nd ASCE Conf. Civil Eng. and Nucl. Power, Paper 5-6, Tennessee, 1980
- [62] Vázquez-Sierra, J. M.; Marti, J.; Molina, R., A Multi-step Approach for Evaluation of Pipe Impact Effects, Int. J. Pres. Ves. & Piping, Vol. 31, S. 15-28, 1988
- [63] Chernyshev, G. N., On the Action of Concentrated Forces and Moments on an Elastic Thin Shell of Arbitrary Shape, J. Appl. Mech. 27, S. 172-184, 1963
- [64] Prager, W.; Hopkins, H. G., The Load Carrying Capacities of Circular Plates, Jour. Mech. Phys. o Solids, Vol. 2, S. 1-13, 1953
- [65] Hill, R., The Mathematical Theory of Plasticity, Oxford: Clarendon Press, 1950
- [66] Hodge, P. G., Limit Analysis of Rotationally Symmetric Plates and Shells, Prentice Hall, Inc., Englewood Cliffs, N.J., 1963

- [67] Lance, R. H.; Onat, E. T., A Comparison of Experiments and Theory in the Plastic Bending of Circular Plates, *J. Mech. Phys. Solids*, Vol. 10, S. 301-311, 1962
- [68] Miller, A. G., Review of Limit Loads of Structures Containing Defects, *Int. J. Pres. Ves. & Piping* 32, S. 197-327, 1988
- [69] Leckie, F. A.; Penny, R. K., Plastic Instability of a Spherical Shell, *Engineering Plasticity*, Cambridge University Press, S. 401-411, 1968/79
- [70] Onat, E. T.; Haythornthwaite, R. M., The Load-Carrying Capacity of Circular Plates at Large Deflection, *J. Appl. Mech.* 23, S. 49-55, 1956
- [71] Drucker, D. C.; Shield, R. T., Limit Analysis of Symmetrically Loaded Thin Shells of Revolution, *J. Appl. Mech.*, Vol. 26, S. 61-68, 1959
- [72] Onat, E. T., Plastic Analysis of Shallow Conical Shells, *Proc. A.S.C.E., Jour. Engr. Mech. Div.* 86, 2675-1-3675-12, 1960
- [73] Jones, N., Damage Estimates for Plating of Ships and Marine Vehicles, *PRADS-International, Symp. On Prac. Design Shipbuild...*, Tokyo, S. 121-128, 1977
- [74] Jones, N., Influence of In-Plane Displacements at the Boundaries of Rigid-Plastic Beams and Plates, *Int. J. Mech. Sci.*, Vol 15, 1973
- [75] Hodge, P. G., *Plastic Analysis of Structures*, McGraw-Hill Book Company, 1959
- [76] Calladine, C. R., Simple ideas in the large-deflection plastic theory of plates and slabs, *Engineering Plasticity*, Cambridge University Press, S. 93-127, 1968
- [77] Lance, R. H.; Onat, E. T., Analysis of plastic shallow conical shells, *J. Appl. Mech.* 30, S. 199-209, 1963
- [78] Rzhnitsyn, A. R., The Design of Plates and Shells by the Kinematical Method of Limit Equilibrium, *IX. Congr. Int. Mec. Appl. Bruxelles, Actes*, 6, S. 331-343, 1956
- [79] Shen, W. Q., The Pseudo-Shakedown of Beams and Plates when Subjected to Repeated Dynamic Loads, *Jour. Appl. Mech.* 59, S. 168-175, 1992
- [80] Calladine, C. R., Analysis of Large Plastic Deformations in Shell Structures, *Proc. IUTAM Symposium: Inelastic Behaviour of Plates and Shells*, Bevilacqua et al., Springer, S. 69-101, 1986

- [81] Stolarski, H., Assessment of large Displacements of a Rigid-Plastic Shell With holding a Localized Impact, Nuclear Engineering and Design 41, S. 327-334, 1977
- [82] Streubel, R., Zur Stoßbelastung anisotroper Bauteile, Ing.-Arch. 56, S. 181-191, 1986
- [83] Dobyns, A. L., The Analysis of Simply-Supported Orthotropic Plates Subjected to Static and Dynamic Loads, AIAA paper no. 80-0680, 1980
- [84] Kelly, J. M., A theoretical and experimental study of projectile impact on clamped circular plates, Proc. Roy. Soc. A. 306, S. 435-447, 1968
- [85] Martin, J. B., Impulsive Loading Theorems for Rigid-Plastic Continua, Proc. ASCE, Engineering Mechanics Division, S. 27-42, 1964
- [86] Hopkins, H. G.; Prager, W., On the Dynamic of Plastic Circular Plates, ZAMP, Vol. 5, S. 317-330, 1954
- [87] Wen, H. M., Large Plastic Deformation of Spherical Shells under Impact by Blunt-ended Missiles, Int. J. Pres. Ves. & Piping 69, S. 147-152, 1997
- [88] K. Shirakawa, K. Asano, Dynamic Response of Cylindrical Shells to Concentrated Impact Load, Bulletin of the JSME, Vol. 21, No. 152, S. 189-195, 1978
- [89] Christoforou, A. P.; Swanson, S. R., Analysis of Simply-Supported Orthotropic Cylindrical Shells to Lateral Impact Loads, J. Appl. Mech. 57, S. 367-382, 1990
- [90] Gorter, J., Experimental verification of the theory on elastic and plastic deformation of a pipe wall by a denting object, 3R int. 33, Heft 12, S. 682-686, 1994
- [91] Gracie, R.; Konuk, I.; Fredj, A., An FEM analysis of the impact of external objects on pipelines, The Journal of Pipeline Integrity, Vol. 2, No. 4, S. 241-250, 2003[131]  
Palmer, A.; Neilson, A.; Sivadasan, S., Impact resistance of pipelines and the loss-of-containment limit state, The Journal of Pipeline Integrity, Vol. 2, No. 4, S. 231-240, 2003
- [92] Snamprogetti, FPM – A Model for the Assessment of the Probability of Failure of High Diameter, High Pressure Gas Pipelines subject to Third Party Impact, Revision 2, 1997
- [93] API 5L, Specification for Line Pipe, Specification 5L, forty-first edition, American Petroleum Institute, Washington, 1995

- [94] DIN 17172, Stahlrohre für Fernleitungen für brennbare Flüssigkeiten und Gase, Technische Lieferbedingungen, Beuth Verlag GmbH, 1978
- [95] Steiner, M., Untersuchung des Berstverhaltens gebeulter Großrohre aus dem Werkstoff GRS 550 TM, DN 1200 x 18,3 mm, Untersuchungsbericht UB 60/93 für Ruhrgas AG, 1993
- [96] Muntinga, T. C., Puncture tests with excavator tooth on 6“ and 8“ pipes, report BB45032916PR6626, MTS Matcon-N.V. Nederlandse Gasunie, 1993
- [97] Kalthoff, J. F., Experimental Fracture Dynamics, Experimentelle Mechanik, Ruhr-Universität Bochum
- [98] Kalthoff, J. F.; Gregor, M., Instrumentated Impact Testing of Subsize Charpy V-Notch Specimens, Small Specimen test Techniques, ASTM STP 1329, New Orleans, Louisiana, Januar 1997, W.R. Corwin, S.T. Rosinski, E. von Walle, Eds. American Society for Testing and Materials, West Conshocken, PA, S. 98-109, 1998
- [99] Andrews, R.M.; Hashemi, S.H.; Howard, I.C.; Yates, J.R.; Edwards, A., A study of ductile failure processes in high-strength linepipe using damage mechanics methods, Proceedings 4<sup>th</sup> Int. Conf. Pipeline Technology, S. 441-455, 2004
- [100] ESIS, Proposed Standard Method for Instrumentated Impact Testing of Subsize Charpy-V Specimens of Metallic Materials, Draft 5, 1996
- [101] Zarea, M. F.; Toumbas, D. N.; Philibert, C. E.; Deo, I., Numerical Models for Static Denting and Dynamic Puncture of Gas Transmission Linepipe and their Validation, Gaz de France, 1996
- [102] Morley, L. S. D., Analysis of developable shells with special reference to the finite element Method and circular cylinders, Phil. Trans. R. Soc. Lond. A. 281, S. 113-170, 1976
- [103] Wempner, G.; Talaslidis, D.; Hwang, C. M., A Simple and Efficient Approximation of Shells via Finite Quadrilateral Elements, Jour. Appl. Mech., Vol. 49, S. 115-120, 1982
- [104] Dekker, C. J.; Cuperus, J., Local load stresses in cylindrical shells at plate clips, Int. J. Pres. Ves. & Piping, Vol. 67, S. 263-271, 1996
- [105] Zienkiewicz, O. C., The Finite Element Method in Structural and Continuum Mechanics, Mc Graw-Hill Book Comp., London, 1967

- [106] Segerlind, L. J., Applied Finite Element Analysis, Second Edition, John Wiley and Sons, New York, 1984
- [107] MARC, Theory and User Information, Volume A, Version K7, August 1997
- [108] MENTAT, Command reference, Version 3.1, August 1997
- [109] Bruhns, O. T., Vorlesung Kontinuumsmechanik II, Lehrstuhl für Mechanik I, Ruhruniversität Bochum, Sommersemester 1989
- [110] Dubbel, Taschenbuch für den Maschinenbau, 17., neubearbeitete Auflage, Springer Verlag, 1990
- [111] Hauck, K.-H., Meßwert-Analyse, Rechnerische und graphische Auswertung von Meßdaten, Vieweg-Verlag, 1990
- [112] Soreide, T. H.; Amdahl, J., Deformation Characteristics of Tubular Members with Reference to Impact Loads from Collision and dropped Objects, Norw. Mari.Res., No.2, S. 3-12, 1982
- [113] Zammert, Betriebsfestigkeitsberechnung, Grundlagen, Verfahren und technische Anwendungen, Friedrich Vieweg Verlag, Braunschweig, 1985
- [114] DIN 2413 Teil 1; Berechnung der Wanddicke von Stahlrohren gegen Innendruck, 1993
- [115] Morris, A. J.; Calladine, C. R., The Local Strength of a Thin Spherical Shell Loaded Radially Through a Rigid Boss, Proc. 1st Int. Conf. Pres. Ves. Tech., S. 35-44, AMSE, 1969
- [116] White, D. H., Experimental Determination of Plastic Collapse Loads for Cylindrical Shells Loaded Radially Through Rigid Supports, 2nd Int. Conf. Pres. Ves. Tech., S. 343-360, 1973
- [117] Morris, A. J.; Calladine, C. R., Simple Upper-Bound Calculations for the Indentation of Cylindrical Shells, Int. J. Mech. Sci., Vol. 13, S. 331-343, 1971
- [118] Morris, A. J., Experimental Investigation into the Effects of Indenting a Cylindrical Shell by a Load Applied Through a Rigid Boss, J. Mech. Eng. Sci., Vol. 13, S. 36-46, 1971



**Anhang**

**Anhang 1****Versagen der Rohrleitung infolge des Durchstoßens der Rohrwand**

Erreicht die Schubspannung beim Einbeulen des Stahlrohres die Festigkeit des Rohrwerkstoffes, erfolgt ein Abscheren und damit ein Durchstoßen der Rohrwand durch den Baggerzahn im Bereich der Krafteinleitung. In der Literatur vorhandene Ansätze zur Bestimmung der kritischen Kraft  $F_{cr}$  beim Durchstoßen der Rohrwand werden nachfolgend wiedergegeben. Aus Analogiebetrachtungen zur punktblasteten Platte gibt Reid [28] mit einem einfachen theoretischen Energieansatz die kritische Kraft  $F_{cr}$  beim Durchstoßen eines punktblasteten, innendrucklosen Rohres am Ende der bleibenden Verschiebung an mit

$$F_{cr} = 8R_p s^2 \sqrt{0,053 \frac{D}{s} + \frac{\pi}{2} R_p s^2} \quad (\text{A.1})$$

Der zweite Term kann nach Reid in der Regel vernachlässigt werden.

Zur Bestimmung der kritischen Kraft  $F_{cr}$  von punktförmig belasteten, dünnwandigen Rohren ohne Innendruck führte Johnson [29, 30] Durchstoßversuche an Rohren aus unterschiedlichen Werkstoffen mit einem Außendurchmesser von 50 mm durch und ermittelte

$$F_{cr} = 8M_p L / D \quad \text{mit dem Parameter } M_p = 1,155 \frac{R_p s^2}{4} \quad (\text{A.2})$$

Spiekhout [14] gibt für die kritische Kraft  $F_{cr}$  beim Durchstoßen der Rohrwand die Beziehung

$$F_{cr} < cR_p s^2 \quad (\text{A.3})$$

an, wobei sich für die Konstante  $c$  aus Experimenten mit Baggerzähnen unter statischer Belastung ein Wert von 4,8 ergab. Dynamische Versuche führten zu der Konstante  $c$  von 4.

Aus quasistatischen Versuchen an radial mit Baggerzähnen belasteten Rohren mit oder ohne Innendruckbeanspruchung wurde von Zarea [1] für die kritische Kraft  $F_{cr}$  mit dem Erreichen der Zugfestigkeit des Rohrwerkstoffes  $R_m$  aus dem quasistatischen einachsigen Zugversuch die Zahlenwertgleichung

$$F_{cr} = 0,464 (sR_m)^{1,087} (L_L + L_T) \quad (\text{A.4})$$

gefunden. Hier sind für alle Parameter SI-Einheiten zu verwenden. Die Übertragung auf dynamisch durchgeführte Versuche zeigte für diese Lösung bei großen Schwingungen der Messwerte für die Kraft eine ausreichende Übereinstimmung mit großer Streuung. Auch

wenn Gl. (A.4) die Experimente insgesamt besser beschreibt als Gln. (A.1-A.3) und diese daher den anderen vorzuziehen ist [1], ist für eine Anwendung auf dynamische Belastung eine Verwendung der dynamisch ermittelten Zugfestigkeit mit erhöhter Dehnrage als Werkstoffparameter noch zu überprüfen.

**Anhang 2****Versagen eines tief gebeulten Rohres unter schwellendem Innendruck**

Hochdruckleitungen können im Betrieb einer schwellenden Innendruckbeanspruchung unterliegen (Lastwechsel zwischen Tag und Nacht, zwischen Beginn und Ende der Heizperiode, zwischen Sommer und Winter etc.). Die Bemessung solcher Rohrleitungen erfolgt nach DIN 2413 Teil 1 [4, 114] anhand von experimentell ermittelten Wöhlerkurven aus Bauteilversuchen an ungestörten Rohren unter einstufiger Belastung durch schwellenden Innendruck. Lokal gebeulte Stahlrohre mit einer großen bleibenden Beultiefe können bei hoher Beanspruchung durch den schwellenden Innendruck  $P_i$  vorzeitig, d.h. weit vor dem Erreichen der Lastwechselzahl nach DIN 2413 Teil 1 durch Ermüdung versagen. Dies erfolgt dann, indem die Gesamtbeanspruchung durch die Superposition von Biegespannungen im Bereich der bleibenden Beule und der Umfangsspannung infolge des Innendruckes ansteigt. Für solche Rohre liegen die ermittelten Wöhlerkurven niedriger als die nach DIN 2413 Teil 1 [1]. Die Zahl der kritischen Lastwechsel  $N_{cr}$  bis zum Versagen, d.h. bis zu einem Leck in der Rohrleitung lässt sich für eine von einem Baggerzahn verursachte, kritische bleibende Verschiebung oder Beultiefe  $w_{p,cr}$  berechnen mit

$$N_{cr} = 5622 \left( \frac{R_m - (\sigma_{max} - \sigma_a)^2 / R_m}{\left( 1 + \sqrt{\frac{w_{p,cr}^{1,5}}{D}} \right) 2\sigma_a} \right)^{5,26} \quad (A.5)$$

Dieses Modell wurde als Zahlenwertgleichung semi-empirisch aus den Ergebnissen von Bauteilversuchen entwickelt (eigene Arbeit, siehe [1]). In Gleichung (A.5) ist  $R_m$  die Werkstoffzugfestigkeit,  $\sigma_{max}$  die maximale Nennumfangsspannung und  $\sigma_a$  die Amplitude der schwellenden Nennumfangsspannung. Sämtliche Parameter sind hier in SI-Einheiten zu verwenden. Ergibt sich für eine gegebene bleibende Beultiefe eine niedrigere Versagenslastwechselzahl als die Auslegungslastwechselzahl, liegt eine kritische Beultiefe  $w_{p,cr}$  vor. Belastungskollektive mit unterschiedlichen Stufen werden hier mit der Schadens-Akkumulationshypothese nach Palmgren-Miner berechnet [113].

### Anhang 3

#### **Instabiles Verschiebungsverhalten beim Einbeulvorgang**

Für die Belastung dünnwandiger Kreiszylinderschalen oder Kugelschalen ohne Innendruckbelastung durch eine flächig angreifende, radiale Einzellast wird in der Literatur vielfach der Effekt des instabilen Durchschlagens beschrieben. Bei diesem instabilen Einbeulen sinkt die anliegende flächig angreifende Kraft nach dem Überschreiten der Elastizitätsgrenze auf ein niedrigeres Niveau, bevor die Kraft erst bei größerer Verschiebung im bleibenden Verschiebungsbereich erneut weiter ansteigt.

An symmetrischen, dünnwandigen und innendrucklosen Kugelschalen tritt ein instabiles Durchschlagen bei der Belastung durch eine äußere, radiale stempelförmige Kraft auf. Ein stabiles Einbeulen der Kreiszylinderschale, also eine monoton steigende Kraftzunahme, erfolgt der Literatur nach nur bei der Beanspruchung durch eine pyramidenförmige, sehr spitze Punktlast. Die für Kugelschalen typische Verschiebung wird durch theoretische Ansätze und experimentelle Untersuchungen u.a. von Leckie und Penny mit der Simulation des Stempels durch eine flächige, runde Wandverdickung beschrieben [69]. Bei elastischer Beanspruchung der Kugelschale steigt die Kraft proportional zur Verschiebung an. Beim Übergang in den bleibenden Verschiebungsbereich erfolgt das instabile Durchschlagen der Kugelschale, wobei die aufzubringende Flächenkraft  $\bar{F}$  überproportional zu dem steigenden bleibenden Verschiebungsanteil  $w_p$  absinkt. Der Radius  $\bar{a}$  des flächigen, runden Belastungsstempels hat nach Morris und Calladine [115] mit dem dimensionslosen Geometrieparameter  $\rho_K$

$$\rho_K = \frac{\bar{a}}{\sqrt{R_K/s}} \quad (\text{A.6})$$

einen wesentlichen Einfluss auf die Kraft-Verschiebungs-Kurve der radial belasteten Kugelschale mit dem Radius  $R_K$  und der Wanddicke  $s$ . In Abhängigkeit des Geometrieparameters  $\rho_K$  ergaben sich nach Morris und Calladine über einfache Energieansätze theoretische Kurvenverläufe, die durch Versuche bestätigt werden konnten [115]. Für den Geometriefaktor von  $\rho_K > 0$  (flächige Krafteinleitung) zeigt sich ein instabiles Verhalten mit einem Absinken der Kraft auf die Hälfte der Grenzkraft  $P_0$ . Nur für eine Punktlast, also den Geometriefaktor von  $\rho_K$  von 0, ergibt sich ein monoton steigender Kraftverlauf ohne ein instabiles Durchschlagen.

Bei Versuchen an innendrucklosen Rohren mit großen rechteckigen, dem Radius des Rohrdurchmessers angepassten, starren Belastungskörpern wurde von White [116] ebenso ein instabiles Verhalten gefunden. Experimentelle Untersuchungen von Morris und Calladine [117, 118] an innendrucklosen Rohren mit einer runden Wandverdickung zur Simulation einer Stempelbelastung ergaben unter Verwendung des dimensionslosen Geometrieparameters  $\rho$  mit

$$\rho = \frac{\bar{a}}{\sqrt{R/s}} \quad (\text{A.7})$$

ein Absinken der Kraft bei großen Werten von  $\rho$ . Bei sehr kleinen Werten von  $\rho$  nahe 0 trat dagegen kein instabiles Verhalten auf (Abb. A.1). Für große Werte von  $\rho$  erfolgt beim Rohr ein instabiles Durchschlagen bei einer niedrigeren Kraft als bei der Kugelschale, während das nachfolgende Ansteigen der Kraft steiler erfolgt.

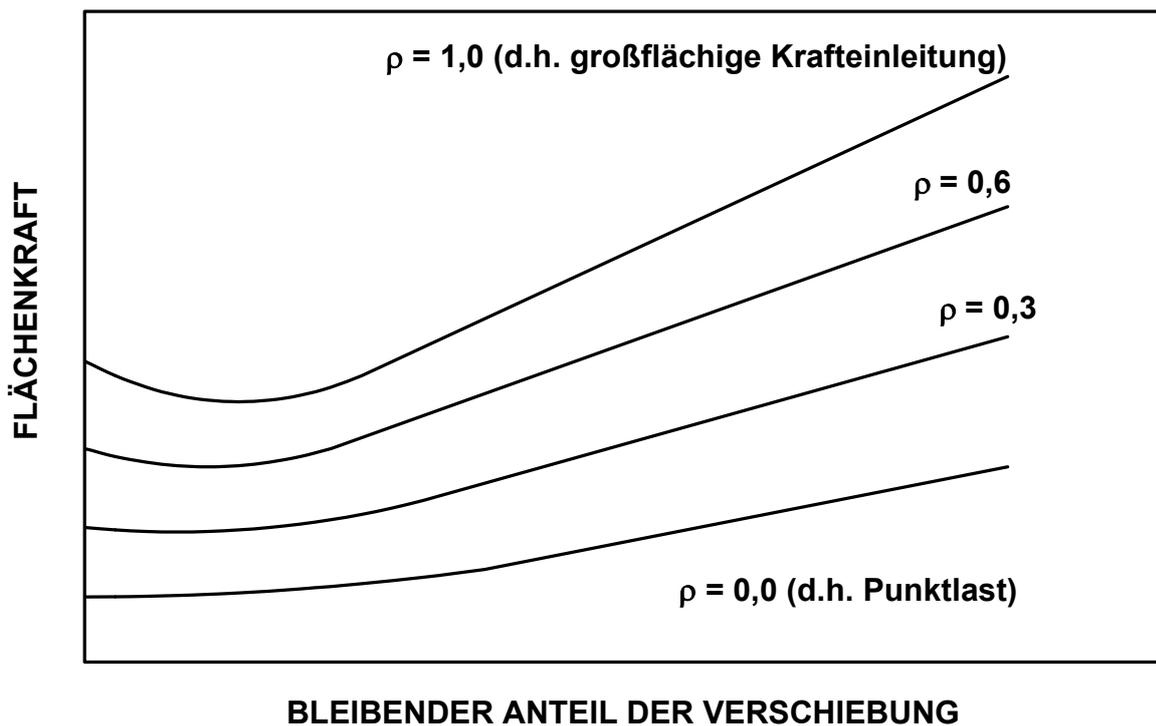


Abb. A.1: Einfluss des Geometrieparameters  $\rho$  auf den Verlauf der Kraft-Verschiebungskurve für radial belastete Rohre durch unterschiedliche Geometrie der Krafteinleitung [118]

Versuche von Johnson [29, 30] an innendrucklosen Rohren mit spitzen, pyramidenförmigen Belastungskörpern ergaben streng monoton steigende Kraft-Verschiebungskurven ohne instabile Verschiebung und bestätigen somit die Theorie von Morris und Calladine.

**Anhang 4****Versuchsparameter für quasistatisch durchgeführte Beulversuche (gemessene Werte)**

Versuch	D [mm]	s [mm]	D/s	R <sub>p</sub> [MPa]	R <sub>m</sub> [MPa]	P <sub>i</sub> [MPa]	L <sub>L</sub> [mm]	Lit.
KD70-1a*	1016	17,3	59	517	612	0	55	-
KD70-1b*	1016	17,3	59	517	612	0	55	-
KD70-2a*	914	11,5	79	536	657	0	55	-
KD70-2b*	914	11,5	79	536	657	0	55	-
KD80-a*	1220	16,8	73	589	703	0	55	-
KD80-b*	1220	16,8	73	589	703	0	55	-
IRL004*	610	19,1	32	372	490	0	55	-
B1-1	508	6,75	75	460	568	0,5	36	-
B1-2	508	6,75	75	460	568	0,5	36	-
B1-3	508	6,75	75	460	568	0,5	36	-
B2-1	508	6,9	74	447	580	0,5	36	-
B2-2	508	6,9	74	447	580	0,5	36	-
B2-3	508	6,9	74	447	580	0,5	36	-
B3-1	508	7,55	67	482	580	0,5	36	-
B3-2	508	7,55	67	482	580	0,5	36	-
B3-3	508	7,55	67	482	580	0,5	36	-
IRL001s	406,4	11,8	34	462	595	0	60	-
IRL002s	406,4	11,8	34	462	595	0	60	-
IRL003s	406,4	11,8	34	462	595	0	60	-
IRL004s	610	19,1	32	372	490	0	60	-
DN1200-1	1220	16,8	73	589	703	0,5	60	-
DN1200-2	1220	16,8	73	589	703	0,5	60	-
ESAX000-1	406,4	7,16	57	430	520	0	80	[1]
ESAX000-2	406,4	7,22	56	430	520	0	80	[1]
ESAX043-3	406,4	7,11	57	430	520	4,3	80	[1]
ESAX043-4	406,4	7,14	57	430	520	4,3	80	[1]
ESAX072-5	406,4	7,08	57	430	520	7,2	80	[1]
ESAX072-6	406,4	7,15	57	430	520	7,2	80	[1]
ESAX101-7	406,4	7,09	57	430	520	10,1	80	[1]
ESAX101-8	406,4	7,12	57	430	520	10,1	80	[1]
ESAX101-9	406,4	6,97	58	430	520	10,1	40	[1]
ESAX101-10	406,4	6,95	58	430	520	10,1	40	[1]
ESBX000-11	406,4	9,7	42	413	523	0	80	[1]
ESBX058-12	406,4	9,67	42	413	523	5,8	80	[1]
ESBX097-13	406,4	9,51	43	413	523	9,7	80	[1]
ESBX136-14	406,4	9,53	43	413	523	13,6	80	[1]
ESBX136-15	406,4	9,53	43	413	523	13,6	40	[1]
ESAB000-16	406,4	7,36	55	325	445	0	80	[1]
ESAB026-17	406,4	7,33	55	325	445	2,6	80	[1]
ESAB044-18	406,4	7,15	57	325	445	4,4	80	[1]

Versuch	D [mm]	s [mm]	D/s	R <sub>p</sub> [MPa]	R <sub>m</sub> [MPa]	P <sub>i</sub> [MPa]	L <sub>L</sub> [mm]	Lit.
ESAB061-19	406,4	7,15	57	325	445	6,1	80	[1]
ESAB061-20	406,4	6,89	59	325	445	6,1	40	[1]
ESBB000-21	406,4	9,66	42	350	457	0	80	[1]
ESBB035-22	406,4	9,6	42	350	457	3,5	80	[1]
ESBB058-23	406,4	9,43	43	350	457	5,8	80	[1]
ESBB082-24	406,4	9,4	43	350	457	8,2	80	[1]
ESBB082-25	406,4	9,33	44	350	457	8,2	40	[1]
ESCB000-26	406,4	12,59	32	340	430	0	80	[1]
ESCB046-27	406,4	12,41	33	340	430	4,6	80	[1]
ESCB077-28	406,4	12,45	33	340	430	7,7	80	[1]
ESCB108-29	406,4	12,41	33	340	430	10,8	80	[1]
ESCB108-30	406,4	12,1	34	340	430	10,8	40	[1]
SD2B2B084	219	4,64	47	382	447	8,4	32	[1]
SD4B2B084	219	4,29	51	382	447	8,4	18	[1]
SD0C2B205	219	9,66	23	325	476	20,5	61	[1]
SD1C2B205	219	9,69	23	325	476	20,5	55	[1]
SD2C2B205	219	9,8	22	325	476	20,5	32	[1]
SD3C2B205	219	9,43	23	325	476	20,5	32	[1]
SD4C2B205	219	9,88	22	325	476	20,5	18	[1]
SA1B4B136	406,4	9,6	42	371	498	13,6	70	[1]
SA2B4B136	406,4	9,9	41	371	498	13,6	45	[1]
SA3B4B136	406,4	9,5	43	371	498	13,6	45	[1]
SA4B4B136	406,4	9,75	42	371	498	13,6	15	[1]
SA0A4X101	406,4	7,01	58	424	571	10,1	80	[1]
SA1A4X101	406,4	6,99	58	424	571	10,1	70	[1]
SA2A4X101	406,4	6,92	59	424	571	10,1	45	[1]
SA3A4X101	406,4	6,98	58	424	571	10,1	45	[1]
SA4A4X101	406,4	6,97	58	424	571	10,1	15	[1]
SA5A4X101	406,4	6,98	58	424	571	10,1	45	[1]
SB0A4X101	406,4	7,03	58	424	571	10,1	120	[1]
SB1A4X101	406,4	6,87	59	424	571	10,1	107	[1]
SB2A4X101	406,4	6,97	58	424	571	10,1	70	[1]
SB3A4X101	406,4	7,01	58	424	571	10,1	70	[1]
SB4A4X101	406,4	6,93	59	424	571	10,1	25	[1]
SA0B4X136	406,4	9,86	41	341	443	13,6	80	[1]
SA1B4X136	406,4	9,84	41	341	443	13,6	70	[1]
SA2B4X136	406,4	9,9	41	341	443	13,6	45	[1]
SA3B4X136	406,4	9,89	41	341	443	13,6	45	[1]
SA4B4X136	406,4	9,79	42	341	443	13,6	15	[1]
SA5B4X136	406,4	9,89	41	341	443	13,6	45	[1]
SA0C4X177	406,4	12,31	33	433	527	17,7	80	[1]
SA1C4X177	406,4	12,18	33	433	527	17,7	70	[1]
SA2C4X177	406,4	12	34	433	527	17,7	45	[1]
SA3C4X177	406,4	12,17	33	433	527	17,7	45	[1]

Versuch	D [mm]	s [mm]	D/s	R <sub>p</sub> [MPa]	R <sub>m</sub> [MPa]	P <sub>i</sub> [MPa]	L <sub>L</sub> [mm]	Lit.
SA4C4X177	406,4	12,39	33	433	527	17,7	15	[1]
SA5C4X177	406,4	12,09	34	433	527	17,7	45	[1]
BG 13	914	12,5	73	384	562	3	36	[1]
BG 14	914	12,5	73	384	562	0,7	36	[1]
BG 15	914	12,5	73	384	562	0,7	36	[1]
BG 32	914	9,5	96	384	553	0,7	36	[1]
BG 35	914	9,5	96	384	553	0,7	36	[1]
BG 51	914	12,5	73	384	562	7	36	[1]
BG 71	914	12,5	73	487	615	3	36	[1]
BG 74	914	12,5	73	487	615	0,7	36	[1]
BG 75	914	12,5	73	487	615	0,7	36	[1]
BG 83	914	12,5	73	487	615	3	36	[1]
BG 102	914	9,5	96	384	553	7	36	[1]
BG 103	914	9,5	96	384	553	3	36	[1]
BG 104	914	9,5	96	384	553	3	36	[1]
BG 111	914	12,5	73	487	615	7	36	[1]
BG 112	914	12,5	73	487	615	7	36	[1]
914dia	914,4	12,21	75	517	587	8,8	51	[1]
1219dia	1219,1	17,79	69	541	575	10,3	51	[1]
GU2	219,1	9,7	23	348	480	0,9	61	[96]
GU3	219,1	4	55	353	471	0,9	61	[96]
GU4	168,3	3,2	53	301	455	0,9	61	[96]
GU5	219,1	6,4	34	359	419	0,9	61	[96]
GU6	219,1	7,6	29	280	424	0,9	61	[96]
GU7	168,3	6,7	25	272	413	0,9	61	[96]
GU9	219,1	6,4	34	359	419	6	61	[96]

\* bedeutet: Versuche an Platten

BG = Versuche an eingeerdeten Rohren

**Anhang 5****Koordinaten der charakteristischen Punkte  $P_i$  aus den quasistatisch durchgeführten Beulversuchen**

Versuch	$F_{0,e}$ [kN]	$w_{0,e}$ [mm]	$F_0$ [kN]	$w_0$ [mm]	$F_4$ [kN]	$w_4$ [mm]
B1-1	43	4,6	76	8,1	170	41,7
B1-2	43	4,8	81	8,4	167	41,2
B1-3	41	4,9	80	8,2	174	42,0
B2-1	42	4,6	75	8,0	171	42,0
B2-2	43	4,5	72	7,8	177	44,0
B2-3	42	4,5	76	8,2	176	41,0
B3-1	47	4,9	101	9,5	172	37,1
B3-2	46	4,9	99	9,6	168	37,1
B3-3	50	4,9	103	9,6	171	37,1
IRL001s	76	2,8	152	5,3	230	25,0
IRL002s	84	2,9	158	5,2	235	24,1
IRL003s	88	3,1	168	6,1	225	24,4
IRL004s	245	5,5	470	12	710	76
DN1200-1	305	14,8	488	24	1763	155
DN1200-2	244	11,1	400	18	1040	98
KD70-1a*	-	-	265	-	-	-
KD70-1b*	-	-	290	-	-	-
KD70-2a*	-	-	136	-	-	-
KD70-2b*	-	-	112	-	-	-
KD80-a*	-	-	285	-	-	-
KD80-b*	-	-	325	-	-	-
IRL004*	-	-	471	-	-	-

\* Bei den Plattenversuche nur Bestimmung der Grenzkraft  $F_0$

**Anhang 6****Versuchsparameter für dynamisch durchgeführte Beulversuche (gemessene Werte)**

Versuch	D [mm]	s [mm]	D/s	R <sub>p</sub> [MPa]	R <sub>m</sub> [MPa]	P <sub>i</sub> [MPa]	L <sub>L</sub> [mm]	Lit.
IRL001d	406,4	11,8	34	462	595	0	60	-
IRL002d	406,4	11,8	34	462	595	0	60	-
IRL003d-1	406,4	11,8	34	462	595	0	60	-
IRL003d-2	406,4	11,8	34	462	595	0	60	-
IRL003d-3	406,4	11,8	34	462	595	0	60	-
IRL004d-1	610	19,1	32	372	490	0	60	-
IRL004d-2	610	19,1	32	372	490	0	60	-
219_NT1	219,1	4,3	51	340	420	9,3	80	[1]
219_NT2	219,1	4,3	51	340	420	9,3	80	[1]
219_NT3	219,1	4,3	51	340	420	9,3	120	[1]
219_WT1	219,1	4,3	51	340	420	9,3	70	[1]
219_WT2	219,1	4,3	51	340	420	9,3	70	[1]
406_NT1	406,4	8,7	47	457	610	17,0	80	[1]
406_NT2	406,4	8,7	47	457	610	17,0	80	[1]
406_WT1	406,4	8,7	47	457	610	17,3	15	[1]
914_NT1	914,4	12,5	73	517	587	8,8	51	[1]
914_NT2	914,4	12,5	73	517	587	9,0	51	[1]
914_WT1	914,4	12,5	73	517	587	8,7	20	[1]
1219_NT1	1219,1	17,6	69	541	575	10,4	20	[1]
1219_NT2	1219,1	17,6	69	541	575	10,4	20	[1]
PAX32000	406,4	6,9	59	435	523	0	120	[1]
PAX25000	406,4	6,9	59	435	523	0	100	[1]
PAX25000-1	406,4	6,9	59	435	523	0	60	[1]
PAX16000	406,4	6,9	59	435	523	0	80	[1]
PAX13000	406,4	6,9	59	435	523	0	80	[1]
PBX32000	406,4	9,3	44	413	523	0	120	[1]
PBX25000	406,4	9,3	44	413	523	0	100	[1]
PBX25000-1	406,4	9,3	44	413	523	0	60	[1]
PBX16000	406,4	9,3	44	413	523	0	80	[1]
PBX13000	406,4	9,3	44	413	523	0	80	[1]
PCX32000	406,4	11,8	34	432	527	0	120	[1]
PCX25000	406,4	11,8	34	432	527	0	100	[1]
PCX25000-1	406,4	11,8	34	432	527	0	60	[1]
PCX16000	406,4	11,8	34	432	527	0	80	[1]

<b>Versuch</b>	<b>D [mm]</b>	<b>s [mm]</b>	<b>D/s</b>	<b>R<sub>p</sub> [MPa]</b>	<b>R<sub>m</sub> [MPa]</b>	<b>P<sub>i</sub> [MPa]</b>	<b>L<sub>L</sub> [mm]</b>	<b>Lit.</b>
PCX13000	406,4	11,8	34	432	527	0	80	[1]
PAX32101	406,4	6,9	59	435	523	10,1	120	[1]
PAX28101	406,4	6,9	59	435	523	10,1	100	[1]
PAX25101	406,4	6,9	59	435	523	10,1	100	[1]
PAX16101	406,4	6,9	59	435	523	10,1	80	[1]
PAX13101	406,4	6,9	59	435	523	10,1	80	[1]
PBX32136	406,4	9,3	44	413	523	13,6	120	[1]
PBX28136	406,4	9,3	44	413	523	13,6	100	[1]
PBX25136	406,4	9,3	44	413	523	13,6	100	[1]
PBX16136	406,4	9,3	44	413	523	13,6	80	[1]
PBX13136	406,4	9,3	44	413	523	13,6	80	[1]
PCX32177	406,4	11,8	34	432	527	17,7	120	[1]
PCX28177	406,4	11,8	34	432	527	17,7	100	[1]
PCX25177	406,4	11,8	34	432	527	17,7	100	[1]
PCX16177	406,4	11,8	34	432	527	17,7	80	[1]
PCX13177	406,4	11,8	34	432	527	17,7	80	[1]

## Anhang 7

### Bestimmung der effektiven Masse bei Stoßbeanspruchung

Bei der Berechnung der Kraft-Verschiebungs-Verläufe von den Versuchen mit dem Fallwerk kann mit der doppelten Integration der Kraft nach Newton nach Gl. (4.7) aus dem Kraft-Zeit-Verlauf direkt der Kraft-Verschiebungs-Verlauf errechnet werden. Die frei fallende Masse des Fallwerks wirkt hier konstant. Für das komplexe Gebilde eines fallenden oder beschleunigten Baggerarms mitsamt Schaufel und Zahn stellt sich die Frage, wie groß der wirkende Anteil der Masse  $M$  für Gl. (4.7) ist. Zur Berechnung des Kraft-Verschiebungs-Verlaufs wird für den wirkenden Anteil der Masse nicht die Masse  $M_G$  des Schwerpunkts verwendet, sondern es wird eine effektiv wirkende Masse  $M_{\text{eff}}$  mit einer dazugehörigen effektiven kinetischen Energie  $E_{\text{kin,eff}}$  eingeführt. Der aus der Kraft-Zeit-Kurve mit der effektiven Masse  $M_{\text{eff}}$  berechnete Kraft-Verschiebungs-Verlauf beim Einbeulen des Rohres muss einen näherungsweise deckungsgleichen Verlauf aufweisen wie der direkt gemessene Kraft-Verschiebungs-Verlauf desselben Versuchs. Die effektiv wirkende Masse  $M_{\text{eff}}$  wurde hier zuerst während des gesamten Einbeulvorgangs vereinfacht als konstant angenommen. Beispiele für die mit konstanter effektiver Masse errechneten Kraft-Verschiebungs-Verläufe des Versuchs 1219\_NT2 sind in Abb. A.2 dargestellt. Da sich allerdings kein deckungsgleicher Verlauf von

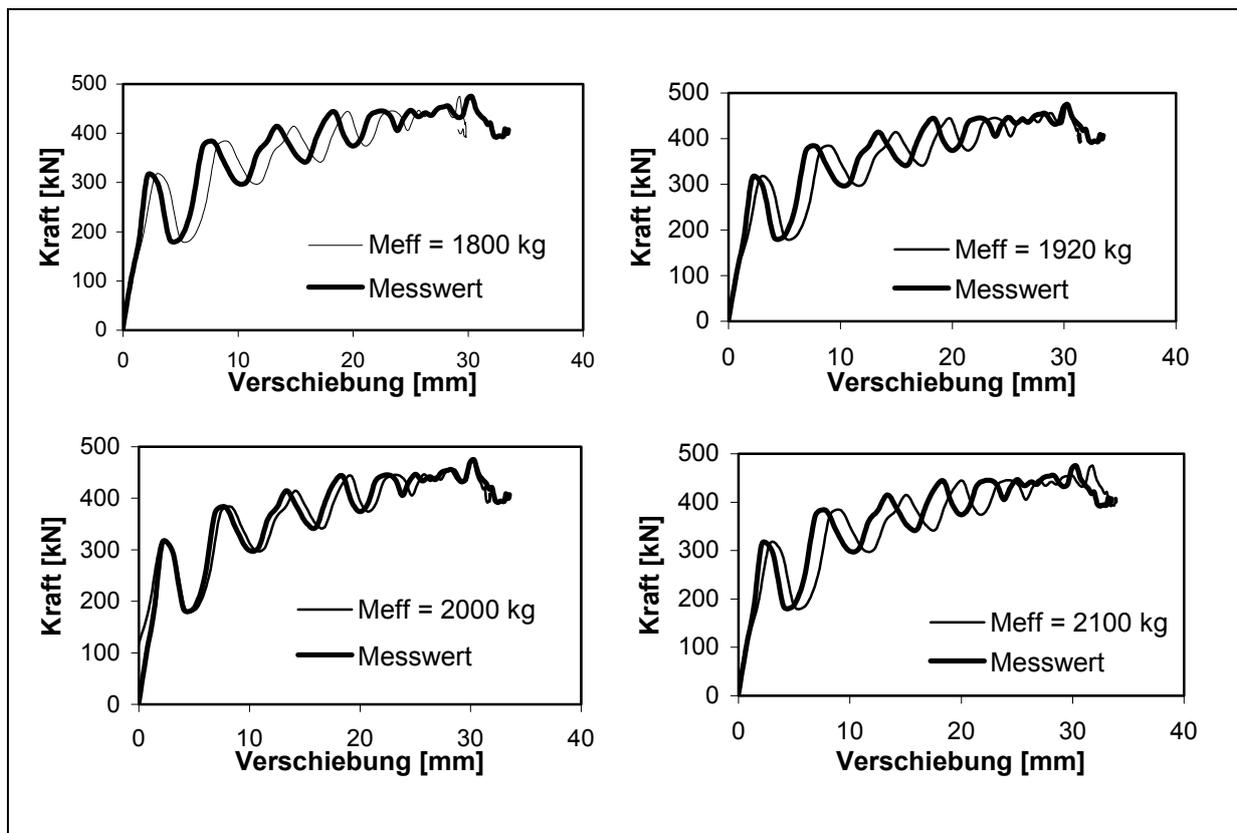


Abb. A.2: Berechnung von Kraft-Verschiebungs-Verläufen für den Versuch 1219\_NT2 (Werte für die konstante effektive Masse von 1800 bis 2100 kg)

berechneten und gemessenen Werte ergab, wurde eine variable effektive Masse  $M_{\text{eff}}$  schrittweise mit jeweils 10 gleichgroßen Zeitabschnitten bis zum Versagen bestimmt. Mit diesem Vorgehen ergab sich für alle Versuche ein näherungsweise deckungsgleicher Verlauf von berechnetem und gemessenem Kraft-Verschiebungs-Verlauf. Beispielhaft ist in Abb. A.3 der nahezu deckungsgleiche Verlauf von berechneter und gemessener Kraft-Verschiebungs-Beziehung für den Versuch 1219\_NT2 dargestellt. Ebenfalls ist hier der Verlauf der entsprechenden effektiven Masse über der Zeit gezeigt. Bei ca. 5 ms beginnt das Plateau mit einer effektiv wirkenden Masse von 2050 kg. Als Mittelwert über dem gesamten Plateau ergab sich hier eine effektive Masse von 2092 kg.

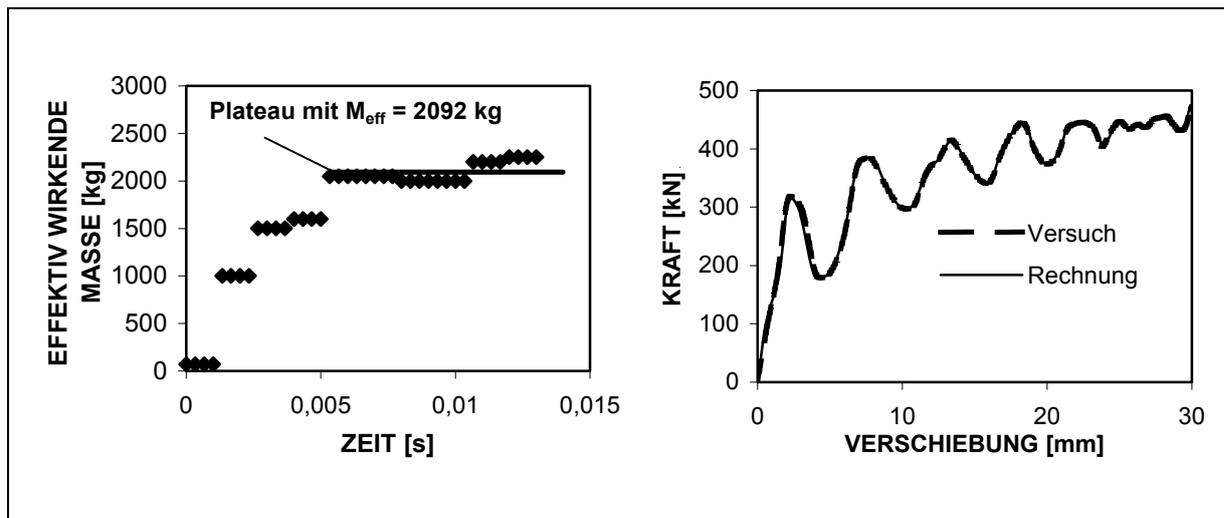


Abb. A.3: Schrittweise ermittelte effektiv wirkende Masse sowie Vergleich von gemessenem und berechnetem Kraft-Verschiebungs-Verlauf (Versuch 1219\_NT2)

**Anhang 8****Parameter für numerische Berechnungen des Stahlrohrmodells**

<b>Bezeichnung</b>	<b>D</b> [mm]	<b>s</b> [mm]	<b>D/s</b>	<b>R<sub>p</sub></b> [MPa]	<b>R<sub>m</sub></b> [MPa]	<b>P<sub>i</sub></b> [MPa]	<b>L<sub>L</sub></b> [mm]	<b>Werkstoff</b>
WA7,1	406,4	7,16	57	400	527	0	80	X60
Y/T	660	7,16	92	430	624	2,63	80	X60
DIA900-B	916	7,16	128	430	527	1,89	80	X60
DIA1220	1220	7,16	170	430	527	1,42	80	X60
ES101	406,4	7,16	57	430	527	10,1	80	X60
ES072	406,4	7,16	57	430	527	7,2	80	X60
ES043	406,4	7,16	57	430	527	4,3	80	X60
ES015	406,4	7,16	57	430	527	1,5	80	X60
ES001	406,4	7,16	57	430	527	0	80	X60
WA12,5-2	660	12,5	53	430	527	4,62	80	X60
DIA660	660	7,16	92	430	527	2,63	80	X60
WA4	660	4,0	165	430	527	1,48	80	X60
WA4-2	406,4	4,0	102	430	527	0	80	X60
ES101-120	406,4	7,16	57	430	527	10,1	120	X60
WA12,5	406,4	12,5	32	430	527	0	80	X60
ES101-40	406,4	7,16	57	430	527	10,1	40	X60
ES101L	406,4	7,16	57	430	527	10,1	5	X60
ES043L	406,4	7,16	57	430	527	4,3	5	X60
GRADEB	660	7,16	92	310	450	1,88	80	Grade B
GRADEX52	660	7,16	92	355	490	2,03	80	X52
GRADEX80	660	7,16	92	550	680	12,9	80	X80

**Anhang 9****Koordinaten der charakteristischen Punkten  $P_i$  aus den numerischen Rechnungen**

Bezeichnung	$F_{0,e}^*$ [kN]	$w_{0,e}^*$ [mm]	$F_0$ [kN]	$w_0$ [mm]	$F_4$ [kN]	$w_4$ [mm]
WA7,1	-	-	78	7,7	193	66,5
Y/T	-	-	82	6,6	234	44,0
DIA900-B	-	-	86	9	298	68,5
DIA1220	-	-	81,3	9,9	349	89,5
ES101	-	-	147	6	280	30,0
ES072	-	-	135	6,5	289	37,9
ES043	-	-	110	6,5	284	49,8
ES015	-	-	93	7,1	251	60,0
ES001	-	-	82	7,8	199	67,5
WA12,5-2	-	-	318	9,3	550	47,7
DIA660	-	-	94,7	8	244	46,0
WA4	-	-	31	6,3	164	68,5
WA4-2	-	-	32,7	7	159	75,0
ES101-120	-	-	151,2	5,9	306	30,0
WA12,5	-	-	280	10	441	50,0
ES101-40	-	-	98	4,9	248	30,0
ES101L	-	-	73,5	4,2	205	30,0
ES043L	-	-	65	5,4	223	50,0
GRADEB	-	-	55	6,1	203	50,0
GRADEX52	-	-	71	7,8	189	50,0
GRADEX80	-	-	181	13,2	267	28,0

\* Keine Koordinaten für den elastischen Grenzpunkt  $P_{0,e}(w_{0,e}/F_{0,e})$  wegen ungenauer Bestimmung durch schrittweise Berechnung

**Anhang 10****Methodik der statistischen Auswertung****Allgemeine Regression**

Zur statistischen Bewertung sowohl der Literaturlösungen als auch der neuen, eigenen Lösung wird die lineare Regression nach der Methode der kleinsten Quadrate nach Gauß verwendet [110]. So wird die allgemeine Gleichung der linearen Geraden wiedergegeben durch

$$y = m_a \cdot x + b \quad (\text{A.8})$$

Hier wird aus den Koordinaten  $x_i$  und  $y_i$  der  $n$  Wertepaare die Steigung  $m_a$  berechnet mit

$$m_a = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}) \cdot (y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \quad (\text{A.9})$$

Der  $y$ -Achsenabschnitt  $b$  ergibt sich aus

$$b = \frac{n \sum_{i=1}^n x_i y_i - \sum_{i=1}^n x_i \sum_{i=1}^n y_i}{n \sum_{i=1}^n x_i^2 - \left( \sum_{i=1}^n x_i \right)^2} \quad (\text{A.10})$$

Die Mittelwerte  $\bar{x}$ ,  $\bar{y}$  berechnen sich zu

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad \text{und} \quad \bar{y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i \quad (\text{A.11})$$

Das Auftragen von realen Versuchs- und Rechenergebnissen über den mit den analytischen Lösungen berechneten Werten muss bei vollkommener Übereinstimmung, d.h. bei Gleichheit der Werte eine Gerade ergeben. Mit der vollkommenen Übereinstimmung muss diese Gerade ohne jedwede Streuung mit der Steigung 1 durch den Nullpunkt führen. Dies wird in der Regel allerdings meist nicht erreicht, da die realen Ergebnisse aus Experimenten oder numerischen Rechnungen eine Streuung aufweisen und/oder die vorhandenen Lösungsmodelle die realen Werte nur ungenau wiedergeben. Um die funktionale Abhängigkeit von den realen Werten  $y_i$  und mit den berechneten Werten  $x_i$  zu ermitteln, wird der Korrelationskoeffizient  $r_{xy^*}$  [111] benutzt mit

$$r_{xy^*} = \frac{s_{xy}}{s_x s_y} \quad (\text{A.12})$$

mit den zwei Varianzen der x- und y-Werte

$$s_x^2 = \frac{1}{n-1} \left[ \sum_{i=1}^n x_i^2 - \frac{\left( \sum_{i=1}^n x_i \right)^2}{n} \right] \quad \text{und} \quad s_y^2 = \frac{1}{n-1} \left[ \sum_{i=1}^n y_i^2 - \frac{\left( \sum_{i=1}^n y_i \right)^2}{n} \right] \quad (\text{A.13})$$

und der Kovarianz  $s_{xy} = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})$  (A.14)

Daraus ergibt sich der Korrelationskoeffizient  $r_{xy^*}$  mit

$$r_{xy^*} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}} \quad (\text{A.15})$$

Der Korrelationskoeffizient errechnet sich zu einem Wert zwischen  $-1$  und  $1$ . Dabei zeigt  $r_{xy^*} = 1$  auf einen direkten funktionalen Zusammenhang, also eine vollkommene Übereinstimmung der Regressionsgeraden mit allen verwendeten Werten ohne das Auftreten einer Streuung. Hier ergibt sich für die Steigung  $m_a$  nach Gl. (A.9) der Wert von  $1$ . Je größer die Streuung der Datenpunkte und je größer der Abweichung von der Steigung  $m$  von  $1$  ist, desto mehr weicht der Korrelationskoeffizient vom Idealwert  $1$  ab. Bei einem Wert des Korrelationskoeffizienten von  $r_{xy^*}$  von  $0$  zeigt sich die Unabhängigkeit der Werte, also ein stochastischer Zusammenhang. Bei einer ungleichsinnigen Korrelation ohne Streuung ergibt sich ein Korrelationskoeffizient von  $r_{xy^*}$  von  $-1$ , bei dem zu großen Werten von  $y_i$  kleine Werte von  $x_i$  gehören und umgekehrt. Dies bedeutet eine Regressionsgerade mit negativer Steigung. Bei der Bewertung der Literaturlösungen ist diejenige am besten, die betragsmäßig den höchsten Korrelationskoeffizienten aufweist. Die statistische Bewertung erfolgt durch eine Vorbewertung mit anschließender Hauptbewertung.

### Hauptbewertung mit durch den Koordinatennullpunkt erzwungener Regression

Die statistische Bewertung der Literaturlösungen erfolgt auf die gleiche Weise wie später auch die Bewertung der neuen verbesserten Lösung. Da diese eine möglichst niedrige Streuung und eine Steigung von  $1$ , d.h. einen Korrelationskoeffizienten von ebenfalls möglichst nahe  $1$  aufweisen soll, wird bei der statistischen Bewertung direkt vom Idealzustand ausgegangen. Das bedeutet, dass die Regressionsgerade durch den Koordinatennullpunkt gezwungen und dass der y-Achsenabstand  $b$  gleich Null gesetzt wird. Rechnerisch lässt sich dies erreichen, indem die Mittelwerte  $\bar{x}$ ,  $\bar{y}$  zu Null gesetzt werden. Dadurch ergibt sich vereinfacht für die Steigung  $m$  durch den Nullpunkt

$$m = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i}{\sum_{i=1}^n x_i^2} \tag{A.16}$$

Der Korrelationskoeffizient  $r_{xy}$  wird berechnet nach

$$r_{xy} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i}{\sqrt{\sum_{i=1}^n x_i^2 \sum_{i=1}^n y_i^2}} \tag{A.17}$$

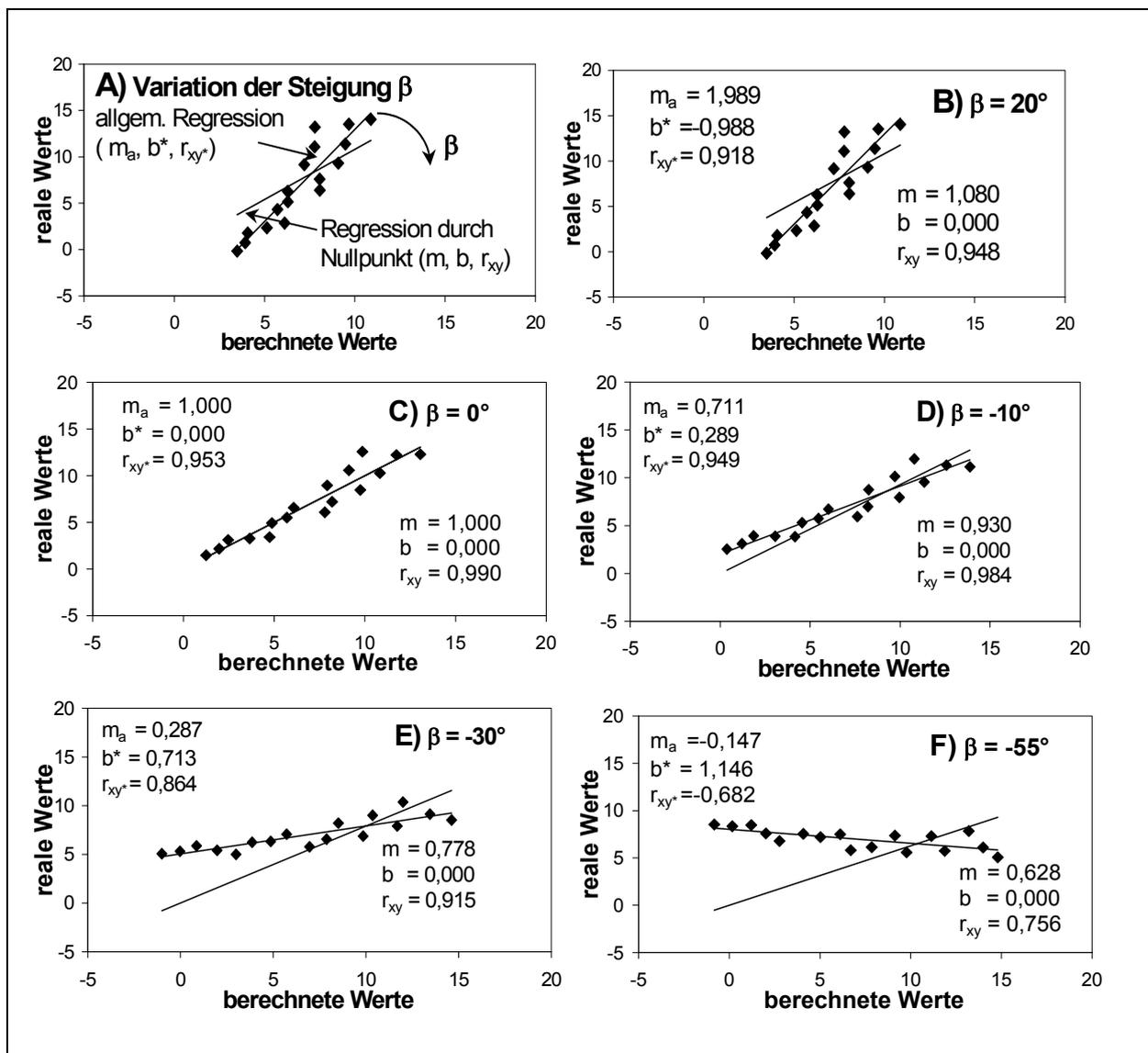


Abb. A.4: Statistische Bewertung mit gleicher Punktwolke, aber in B) bis F) mit Änderung der Drehung β um den Mittelpunkt  $(\bar{x}/\bar{y}) = (7/7)$  nach Gl. (A.11)

Beispielhaft ist in Abb. A.4 die allgemeine Regression sowie die Regression durch den Nullpunkt dargestellt für Punktwolken mit gleicher Lage der Datenpunkte untereinander, die aber mit unterschiedlichen Steigungswinkeln  $\beta$  (von  $+20^\circ$  bis  $-55^\circ$ ) der allgemeinen Regressionsgerade gedreht liegen. Für alle Punktwolken liegt der Korrelationskoeffizient der durch den Nullpunkt gezwungenen Gerade über dem der allgemeinen Regressionsgerade. Die Bewertung der Punktwolke auf Abb. A.4 C) weist mit der Steigung von  $m$  und  $m_a$  von 1 die höchsten Korrelationskoeffizienten  $r_{xy}$  und  $r_{xy^*}$  auf. Je größer die Abweichung des Winkels  $\beta$  (mit  $\beta \neq 0$ ), also größer die Abweichung der Steigung von dem Wert 1 ist, desto kleiner wird der entsprechende Korrelationskoeffizient. Bei negativer Steigung der allgemeinen Regressionsgerade (Abb. A.4, F)) ergibt sich ein negativer Korrelationskoeffizient  $r_{xy^*}$ . In diesem Fall ergeben sich sehr stark abweichende Ergebnisse für Steigungen  $m$  und  $m_a$ .

### Vorbewertung

Das o.g. Vorgehen ist für die gesamte Datenmenge nur für die Lösung sinnvoll, deren Regressionsgerade näherungsweise durch den Nullpunkt führt. Daher werden nach einer Vorbewertung diejenigen Literaturlösungen für die weitere Betrachtung vernachlässigt, die nicht in der Nähe des Koordinatenursprungs verlaufen.

Als Kriterium für die Vorbewertung dient im Weiteren die Entfernung der Regressionsgerade vom Koordinatenursprung, wobei hier als maximaler Grenzwert der y-Achsenabstand  $b$  betragsmäßig mit dem halben Mittelwert, d.h.  $\bar{y}/2$  verwendet wird. Dies bedeutet als Bedingung für die Vorbewertung

$$b^* = |b/\bar{y}| \leq 0,5 \quad (\text{A.18})$$

Das Ergebnis der Auswertung nach Gl. (A.18) ist ebenfalls in Abb. A.4 für die fünf Punktwolken eingetragen. Für dieses Beispiel werden die Varianten B), E) und F) nicht weiter betrachtet werden, da die Bedingung nach Gl. (A.18) nicht erfüllt ist.

Die statistische Auswertung durch allgemeine Regression sowie durch Regression durch den Nullpunkt für Punktwolken mit unterschiedlicher Streuung, d.h. mit unterschiedlicher Abweichung von der Ideallinie ist in Abb. A.5 zusammengestellt. Mit dem steigenden Spreizwinkel  $\alpha$  als Maß für die Breite des Streubands sinken die Werte der beiden entsprechenden Korrelationskoeffizienten; dabei liegt erneut des Wert für  $r_{xy}$  immer über dem Wert für  $r_{xy^*}$ . Für den niedrigsten Spreizwinkel, d.h. Abb. A.5, B) mit der niedrigsten Streuung, zeigt sich der höchste Korrelationskoeffizient von  $r_{xy}$  von 0,997. Die Werte für die Steigung ändern sich bis zu dem Spreizwinkel  $\alpha$  von  $34^\circ$  nur minimal.

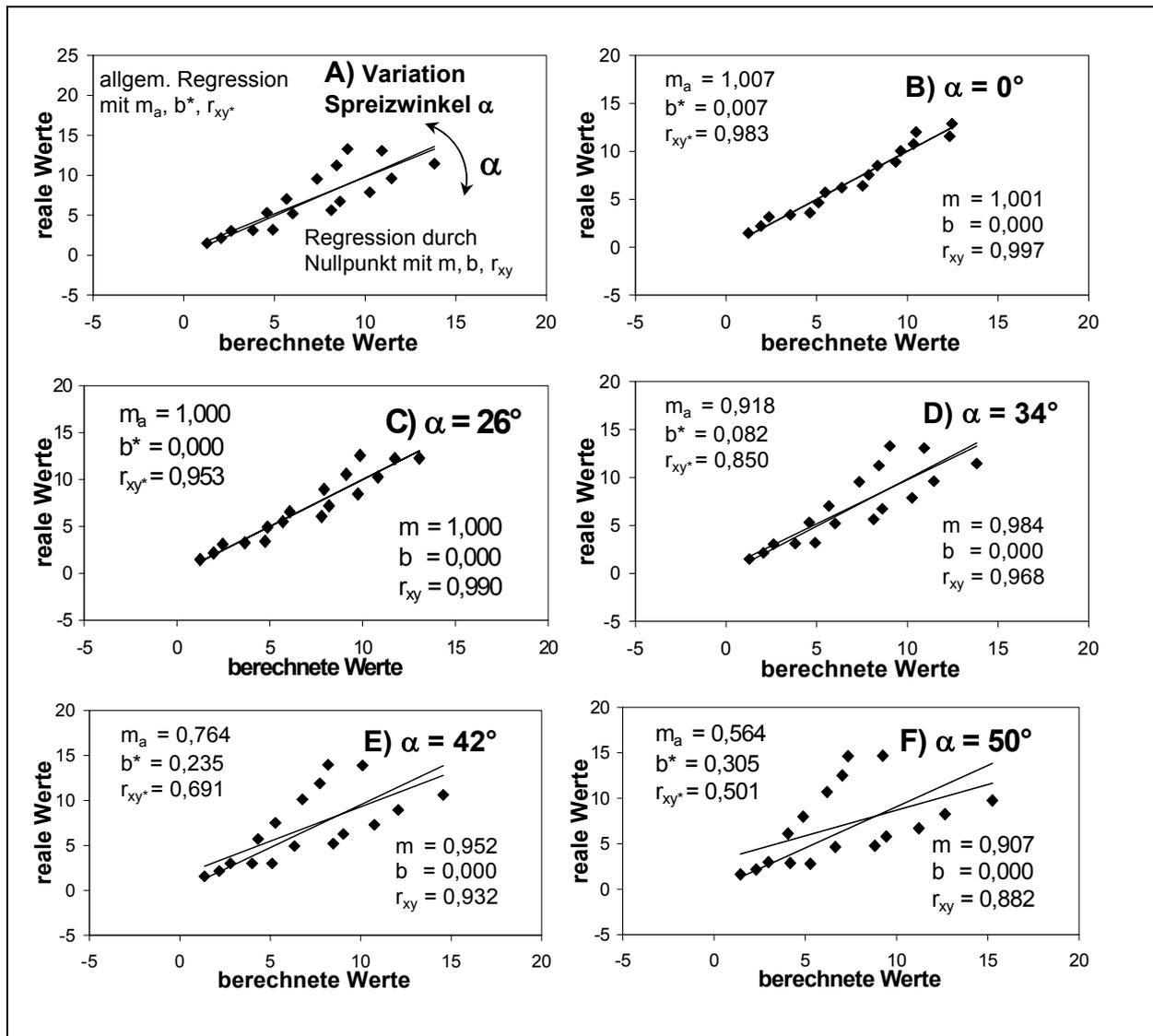


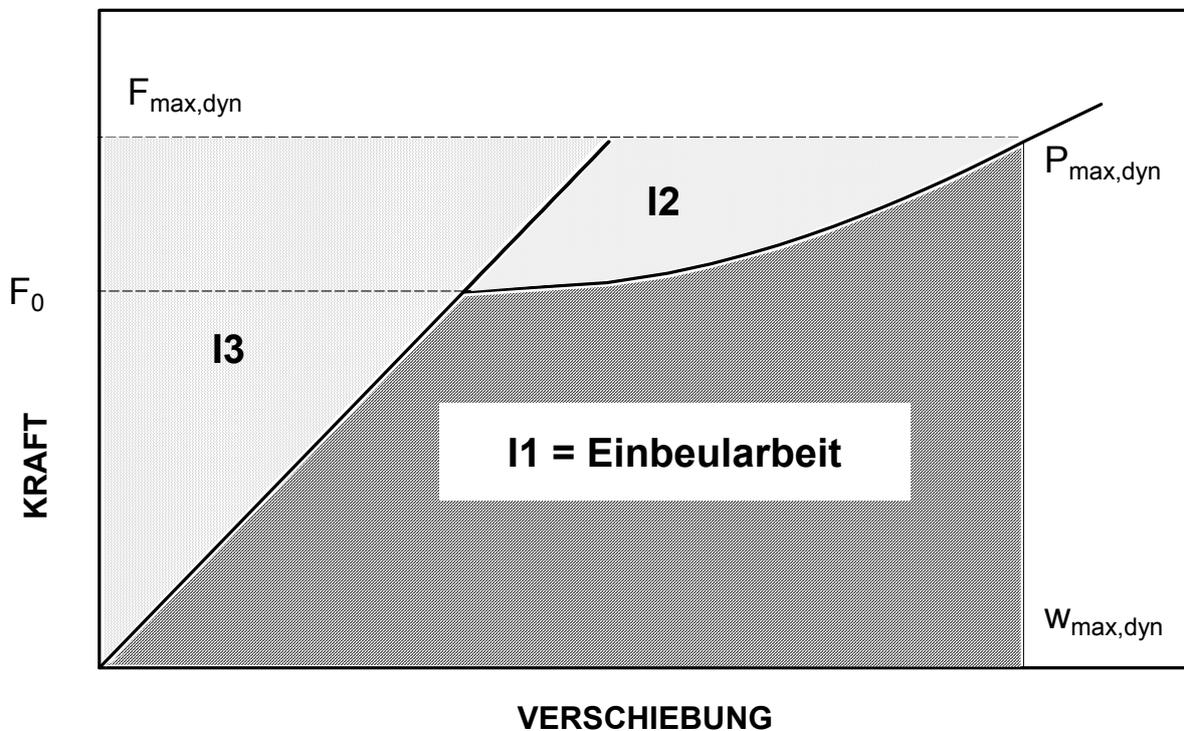
Abb. A.5: Statistische Bewertung einer Punktwolke mit steigender Breite, definiert als Spreizwinkel  $\alpha$

**Anhang 11****Berechnung der Einbeularbeit**

Das Integral aus Gl. (8.10) entspricht der Verschiebungs- bzw. Einbeularbeit bis zur maximalen Verschiebung.

$$\frac{1}{2} M_{\text{eff}} V_0^2 = \int_0^{w_{\text{max,dyn}}} F(w) dw \quad (\text{A.19) aus (8.10)}$$

Dies bedeutet in Abb. A.6 die schraffierte Fläche I1 unter dem Funktionsgraphen von  $F(w)$ , d.h. unter dem idealisierten Kraft-Verschiebungs-Verlauf nach Abb. 4.11.



**Abb. A.6:** Verrichtete Einbeularbeit beim radialen Einbeulen des Stahlrohrs

Die Verschiebung  $w$  als Funktion der Kraft  $F$  ergibt sich aus den Gln. (7.49 bis 7.52) für  $F_0 < F < 1,5F_0$  zu

$$w(F) = F K_e \frac{D^{0,5}}{s^2} \frac{(1-v^2)}{E} \left(1 + \frac{DP_i}{sR_p}\right)^{-1} \left(1 + \frac{L_L}{4L_0}\right)^{-1} + s \left(\frac{s}{D}\right)^{1/4} \sqrt{K_{pl} \left(\frac{F}{F_0} - 1\right)} \left(1 - \frac{L_L}{4L_0}\right)^{-1} \left(1 + \frac{DP_i}{sR_p}\right)^{-1} \quad (\text{A.20})$$

bzw. für  $F \geq 1,5F_0$  zu

$$w(F) = F K_e \frac{D^{0,5}}{s^2} \frac{(1-v^2)}{E} \left(1 + \frac{DP_i}{sR_p}\right)^{-1} \left(1 + \frac{L_L}{4L_0}\right)^{-1} +$$

$$K_{p3} s \left(\frac{s}{D}\right)^{1/4} \left(\frac{F}{F_0} - K_{p2}\right) \left(1 - \frac{L_L}{4L_0}\right)^{-1} \left(1 + \frac{DP_i}{sR_p}\right)^{-1} \quad (\text{A.21})$$

Das Umstellen von  $w(F)$  nach den Gl. (A.20, A.21) in eine Funktion  $F(w)$  ergäbe zwei komplexe Funktionen, deren Lösung des Integrals nach Gl. (A.19) sehr umfangreich wäre. Daher wird hier zur Vereinfachung der Berechnung der Fläche unter dem Graphen

$$\text{Fläche II} = F_{\max, \text{dyn}} \cdot w_{\max, \text{dyn}} - (\text{Fläche I2} + \text{Fläche I3}) \quad (\text{A.22})$$

mit

$$\int_0^{w_{\max, \text{dyn}}} F(w) dw = \text{Fläche II} \quad (\text{A.23})$$

verwendet. Die Fläche I2 ist die Fläche oberhalb des bleibenden Verschiebungsanteils  $w_p$  zwischen der Grenzkraft  $F_0$  und  $F_{\max, \text{dyn}}$ . Die Fläche I3 liegt oberhalb des elastischen Verschiebungsanteils  $w_e$  zwischen  $F=0$  und  $F_{\max, \text{dyn}}$ . Die Flächen I2 und I3 werden aus der Umkehrfunktion von  $F(w)$ , also aus  $w(F)$  bestimmt. Mathematisch ergibt sich damit

$$\int_0^{w_{\max, \text{dyn}}} F(w) dw = F_{\max, \text{dyn}} \cdot w_{\max, \text{dyn}} - \int_0^{F_{\max, \text{dyn}}} w(F) dF \quad (\text{A.24})$$

Das Einsetzen der Kraft-Verschiebungs-Beziehungen aus Kap. 7 ergibt für  $F_0 < F_{\max, \text{dyn}} < 1,5F_0$

$$\int_0^{w_{\max, \text{dyn}}} F(w) dw = F_{\max, \text{dyn}} \cdot w_{\max, \text{dyn}} - \int_0^{F_{\max, \text{dyn}}} \frac{F}{m_0} dF - \int_{F_0}^{F_{\max, \text{dyn}}} f_{p^*} \sqrt{K_{pl} \left(\frac{F}{F_0} - 1\right)} dF \quad (\text{A.25})$$

sowie für  $F_{\max, \text{dyn}} \geq 1,5F_0$

$$\int_0^{w_{\max, \text{dyn}}} F(w) dw = F_{\max, \text{dyn}} \cdot w_{\max, \text{dyn}} - \int_0^{F_{\max, \text{dyn}}} \frac{F}{m_0} dF - \int_{F_0}^{1,5F_0} f_{p^*} \sqrt{K_{pl} \left(\frac{F}{F_0} - 1\right)} dF$$

$$- \int_{1,5F_0}^{F_{\max, \text{dyn}}} K_{p3} f_{p^*} \left(\frac{F}{F_0} - K_{p2}\right) dF \quad (\text{A.26})$$

Hieraus lässt sich in Abhängigkeit der gegebenen effektiven kinetischen Energie  $E_{\text{kin,eff}}$  nach Auflösen der Integrale die maximal auftretende Kraft  $F_{\text{max}}$  bestimmen. Dabei gilt nach mathematischer Auflösung der Integrale für den Bereich mit  $F_0 < F_{\text{max,dyn}} < 1,5F_0$

$$E_{\text{kin,eff}} = F_{\text{max,dyn}} \cdot w_{\text{max,dyn}} - \frac{F_{\text{max,dyn}}^2}{2m_0} - \frac{2}{3} F_0 f_{p^*} \sqrt{K_{p1}} \left( \frac{F_{\text{max,dyn}}}{F_0} - 1 \right)^{3/2} \quad (\text{A.27})$$

und mit  $F_{\text{max,dyn}} \geq 1,5F_0$

$$E_{\text{kin,eff}} = F_{\text{max,dyn}} \cdot w_{\text{max,dyn}} - F_{\text{max,dyn}}^2 \left( \frac{1}{2m_0} + \frac{K_{p3} f_{p^*}}{2F_0} \right) + K_{p2} K_{p3} F_{\text{max,dyn}} f_{p^*} - F_0 f_{p^*} \left( 0,24 \sqrt{K_{p1}} - 1,13 K_{p3} + 1,5 K_{p2} K_{p3} \right) \quad (\text{A.28})$$

Hier ist die Gesamtverschiebung  $w_{\text{max,dyn}}$  nach Gl. (7.52), die elastische Steigung  $m_0$  nach Gl. (7.38), die Grenzkraft  $F_0$  nach Gl. (7.40), die Konstanten  $K_i$  nach den Gln. (7.39, 7.41, 7.48) und die aus den Gln. (7.12, 7.45) hergeleitete Bezugsfunktion  $f_{p^*}$

$$f_{p^*} = s \left( \frac{s}{D} \right)^{1/4} \left( 1 - \frac{L_L}{4L_0} \right)^{-1} \left( 1 + \frac{DP_i}{sR_p} \right)^{-1} \quad (\text{A.26})$$

Das Einsetzen der Konstanten  $K_i$  ergibt für  $F_0 < F_{\text{max,dyn}} < 1,5F_0$

$$E_{\text{kin,eff}} = F_{\text{max,dyn}} \cdot w_{\text{max,dyn}} - \frac{F_{\text{max,dyn}}^2}{2m_0} - 7,6 F_0 f_{p^*} \left( \frac{F_{\text{max,dyn}}}{F_0} - 1 \right)^{3/2} \quad (\text{A.27})$$

oder für  $F_{\text{max,dyn}} \geq 1,5F_0$

$$E_{\text{kin,eff}} = F_{\text{max,dyn}} \cdot w_{\text{max,dyn}} - F_{\text{max,dyn}}^2 \left( \frac{1}{2m_0} + \frac{4f_{p^*}}{F_0} \right) + 4 F_{\text{max,dyn}} f_{p^*} + 0,3 F_0 f_{p^*} \quad (\text{A.28})$$

## Mitteilungen aus dem Institut für Mechanik

- Nr. 1 Theodor Lehmann:  
Große elasto-plastische Formänderungen (Dezember 1976)
- Nr. 2 Bogdan Raniecki/Klaus Thermann:  
Infinitesimal Thermoplasticity and Kinematics of Finite Elastic-Plastic Deformations. Basic Concepts (Juni 1978)
- Nr. 3 Wolfgang Krings:  
Beitrag zur Finiten Element Methode bei linearem, viskoelastischem Stoffverhalten Stoffverhalten (Januar 1976)
- Nr. 4 Burkhard Lücke:  
Theoretische und experimentelle Untersuchungen der zyklischen elastoplastischen Blechbiegung bei endlichen Verzerrungen (Januar 1976)
- Nr. 5 Knut Schwarze:  
Einfluß von Querschnittsverformungen bei dünnwandigen Stäben mit stetig gekrümmter Profilmittellinie (Februar 1976)
- Nr. 6 Hubert Sommer:  
Ein Beitrag zur Theorie des ebenen elastischen Verzerrungszustandes bei endlichen Formänderungen (Januar 1977)
- Nr. 7 H. Stumpf/F. J. Biehl:  
Die Methode der orthogonalen Projektionen und ihre Anwendungen zur Berechnung orthotroper Platten (März 1977)
- Nr. 8 Albert Meyers:  
Ein Beitrag zum optimalen Entwurf von schnellaufenden Zentrifugenschalen (April 1977)
- Nr. 9 Berend Fischer:  
Zur zyklischen, elastoplastischen Beanspruchungen eines dickwandigen Zylinders bei endlichen Verzerrungen (April 1977)
- Nr. 10 Wojciech Pietraszkiewicz:  
Introduction to the Non-Linear Theory of Shells (Mai 1977)
- Nr. 11 Wilfried Ullenboom:  
Optimierung von Stäben unter nichtperiodischer dynamischer Belastung (Juni 1977)
- Nr. 12 Jürgen Güldenpfennig:  
Anwendung eines Modells der Vielkristallplastizität auf ein Problem gekoppelter elastoplastischer Wellen (Juli 1977)
- Nr. 13 Pawel Rafalski:  
Minimum Principles in Plasticity (März 1978)
- Nr. 14 Peter Hilgers:  
Der Einsatz eines Mikrorechners zur hybriden Optimierung und Schwingungsanalyse (Juli 1978)
- Nr. 15 Hans-Albert Lauert:  
Optimierung von Stäben unter dynamischer periodischer Beanspruchung bei Beachtung von Spannungsrestriktionen (August 1979)
- Nr. 16 Martin Fritz:  
Berechnung der Auflagerkräfte und der Muskelkräfte des Menschen bei ebenen Bewegungen aufgrund von kinematographischen Aufnahmen (Juli 1979)

- Nr. 17 H. Stumpf/F. J. Biehl:  
Approximations and Error Estimates in Eigenvalue Problems of Elastic Systems with Application to Eigenvibrations of Orthotropic Plates (Dezember 1979)
- Nr. 18 Uwe Kohlberg:  
Variational Principles and their Numerical Application to Geometrically Nonlinear v. Karman Plates (Juli 1979)
- Nr. 19 Heinz Antes:  
Über Fehler und Möglichkeiten ihrer Abschätzung bei numerischen Berechnungen von Schalentragwerken (Januar 1980)
- Nr. 20 Czeslaw Wozniak:  
Large Deformations of Elastic and Non-Elastic Plates, Shells and Rods (März 1980)
- Nr. 21 Maria K. Duszek:  
Problems of Geometrically Non-Linear Theory of Plasticity (Juni 1980)
- Nr. 22 Burkhard von Bredow:  
Optimierung von Stäben unter stochastischer Erregung (Dezember 1980)
- Nr. 23 Jürgen Preuss:  
Optimaler Entwurf von Tragwerken mit Hilfe der Mehrzielmethode (Februar 1981)
- Nr. 24 Ekkehard Großmann:  
Kovarianzanalyse mechanischer Zufallsschwingungen bei Darstellung der mehrfachkorrelierten Erregungen durch stochastische Differentialgleichungen (Februar 1981)
- Nr. 25 Dieter Weichert:  
Variational Formulation and Solution of Boundary-Value Problems in the Theory of Plasticity and Application to Plate Problems (März 1981)
- Nr. 26 Wojciech Pietraszkiewicz:  
On Consistent Approximations in the Geometrically Non-Linear Theory of Shells (Juni 1981)
- Nr. 27 Georg Zander:  
Zur Bestimmung von Verzweigungslasten dünnwandiger Kreiszyylinder unter kombinierter Längs- und Torsionslast (September 1981)
- Nr. 28 Pawel Rafalski:  
An Alternative Approach to the Elastic-Viscoplastic Initial-Boundary Value Problem (September 1981)
- Nr. 29 Heinrich Oeynhausen:  
Verzweigungslasten elastoplastisch deformierter, dickwandiger Kreiszyylinder unter Innendruck und Axialkraft (November 1981)
- Nr. 30 F.-J. Biehl:  
Zweiseitige Eingrenzung von Feldgrößen beim einseitigen Kontaktproblem (Dezember 1981)
- Nr. 31 Maria K. Duszek:  
Foundations of the Non-Linear Plastic Shell Theory (Juni 1982)
- Nr. 32 Reinhard Piltner:  
Spezielle finite Elemente mit Löchern, Ecken und Rissen unter Verwendung von analytischen Teillösungen (Juli 1982)
- Nr. 33 Petrisor Mazilu:  
Variationsprinzip der Thermoplastizität I. Wärmeausbreitung und Plastizität (Dezember 1982)

- Nr. 34 Helmut Stumpf:  
Unified Operator Description, Nonlinear Buckling and Post-Buckling Analysis of Thin Elastic Shells  
(Dezember 1982)
- Nr. 35 Bernd Kaempf:  
Ein Exremal-Variationsprinzip für die instationäre Wärmeleitung mit einer Anwendung auf thermoelastische Probleme unter Verwendung der finiten Elemente (März 1983)
- Nr. 36 Alfred Kraft:  
Zum methodischen Entwurf mechanischer Systeme im Hinblick auf optimales Schwingungsverhalten  
(Juli 1983)
- Nr. 37 Petrisor Mazilu:  
Variationsprinzip der Thermoplastizität II. Gekoppelte thermomechanische Prozesse (August 1983)
- Nr. 38 Klaus-Detlef Mickley:  
Punktweise Eingrenzung von Feldgrößen in der Elastomechanik und ihre numerische Realisierung mit Fundamental-Splinefunktionen (November 1983)
- Nr. 39 Lutz-Peter Nolte:  
Beitrag zur Herleitung und vergleichende Untersuchung geometrisch nichtlinearer Schalentheorien unter Berücksichtigung großer Rotationen (Dezember 1983)
- Nr. 40 Ulrich Blix:  
Zur Berechnung der Einschnürung von Zugstäben unter Berücksichtigung thermischer Einflüsse mit Hilfe der Finite-Element-Methode (Dezember 1983)
- Nr. 41 Peter Becker:  
Zur Berechnung von Schallfeldern mit Elementmethoden (Februar 1984)
- Nr. 42 Diemar Bouchard:  
Entwicklung und Anwendung eines an die Diskrete-Fourier-Transformation angepaßten direkten Algorithmus zur Bestimmung der modalen Parameter linearer Schwingungssysteme (Februar 1984)
- Nr. 43 Uwe Zdebel:  
Theoretische und experimentelle Untersuchungen zu einem thermo-plastischen Stoffgesetz (Dezember 1984)
- Nr. 44 Jan Kubik:  
Thermodiffusion Flows in a Solid with a Dominant Constituent (April 1985)
- Nr. 45 Horst J. Klepp:  
Über die Gleichgewichtslagen und Gleichgewichtsbereiche nichtlinearer autonomer Systeme (Juni 1985)
- Nr. 46 J. Makowsky/L.-P. Nolte/H. Stumpf:  
Finite In-Plane Deformations of Flexible Rods - Insight into Nonlinear Shell Problems (Juli 1985)
- Nr. 47 Franz Karl Labisch:  
Grundlagen einer Analyse mehrdeutiger Lösungen nichtlinearer Randwertprobleme der Elastostatik mit Hilfe von Variationsverfahren (August 1985)
- Nr. 48 J. Chroscielewski/L.-P. Nolte:  
Strategien zur Lösung nichtlinearer Probleme der Strukturmechanik und ihre modulare Aufbereitung im Konzept MESY (Oktober 1985)
- Nr. 49 Karl-Heinz Bürger:  
Gewichtsoptimierung rotationssymmetrischer Platten unter instationärer Erregung (Dezember 1985)
- Nr. 50 Ulrich Schmid:  
Zur Berechnung des plastischen Setzens von Schraubenfedern (Februar 1987)

- Nr. 51 Jörg Frischbier:  
Theorie der Stoßbelastung ortotroper Platten und ihr experimentelle Überprüfung am Beispiel einer unidirektional verstärkten CFK-Verbundplatte (März 1987)
- Nr. 52 W. Tampczynski:  
Strain history effect in cyclic plasticity (Juli 1987)
- Nr. 53 Dieter Weichert:  
Zum Problem geometrischer Nichtlinearitäten in der Plastizitätstheorie (Dezember 1987)
- Nr. 54 Heinz Antes/Thomas Meise/Thomas Wiebe:  
Wellenausbreitung in akustischen Medien Randelement-Prozeduren im 2-D Frequenzraum und im 3-D Zeitbereich (Januar 1988)
- Nr. 55 Wojciech Pietraszkiewicz:  
Geometrically non-linear theories of thin elastic shells (März 1988)
- Nr. 56 Jerzy Makowski/Helmut Stumpf:  
Finite strain theory of rods (April 1988)
- Nr. 57 Andreas Pape:  
Zur Beschreibung des transienten und stationären Verfestigungsverhaltens von Stahl mit Hilfe eines nichtlinearen Grenzflächenmodells (Mai 1988)
- Nr. 58 Johannes Groß-Weege:  
Zum Einspielverhalten von Flächentragwerken (Juni 1988)
- Nr. 59 Peihua LIU:  
Optimierung von Kreisplatten unter dynamischer nicht rotationssymmetrischer Last (Juli 1988)
- Nr. 60 Reinhard Schmidt:  
Die Anwendung von Zustandsbeobachtern zur Schwingungsüberwachung und Schadensfrüherkennung auf mechanische Konstruktionen (August 1988)
- Nr. 61 Martin Pitzer:  
Vergleich einiger FE-Formulierungen auf der Basis eines inelastischen Stoffgesetzes (Juli 1988)
- Nr. 62 Jerzy Makowski/Helmut Stumpf:  
Geometric structure of fully nonlinear and linearized Cosserat type shell theory (Dezember 1988)
- Nr. 63 O. T. Bruhns:  
Große plastische Formänderungen - Bad Honnef 1988 (Januar 1989)
- Nr. 64 Khanh Chau Le/Helmut Stumpf/Dieter Weichert:  
Variational principles of fracture mechanics (Juli 1989)
- Nr. 65 Guido Obermüller:  
Ein Beitrag zur Strukturoptimierung unter stochastischen Lasten (Juni 1989)
- Nr. 66 Herbert Diehl:  
Ein Materialmodell zur Berechnung von Hochgeschwindigkeitsdeformationen metallischer Werkstoffe unter besonderer Berücksichtigung der Schädigung durch Scherbänder (Juni 1989)
- Nr. 67 Michael Geis:  
Zur Berechnung ebener, elastodynamischer Rißprobleme mit der Randelementmethode (November 1989)
- Nr. 68 Günter Renker:  
Zur Identifikation nichtlinearer strukturmechanischer Systeme (November 1989)

- Nr. 69 Berthold Schieck:  
Große elastische Dehnungen in Schalen aus hyperelastischen inkompressiblen Materialien (November 1989)
- Nr. 70 Frank Szepan:  
Ein elastisch-viskoplastisches Stoffgesetz zur Beschreibung großer Formänderungen unter Berücksichtigung der thermomechanischen Kopplung (Dezember 1989)
- Nr. 71 Christian Scholz:  
Ein Beitrag zur Gestaltoptimierung druckbelasteter Rotationsschalen (Dezember 1989)
- Nr. 72 J. Badur/H. Stumpf:  
On the influence of E. and F. Cosserat on modern continuum mechanics and field theory (Dezember 1989)
- Nr. 73 Werner Fornefeld:  
Zur Parameteridentifikation und Berechnung von Hochgeschwindigkeitsdeformationen metallischer Werkstoffe anhand eines Kontinuums-Damage-Modells (Januar 1990)
- Nr. 74 J. Saczuk/H. Stumpf:  
On statical shakedown theorems for non-linear problems (April 1990)
- Nr. 75 Andreas Feldmüller:  
Ein thermoplastisches Stoffgesetz isotrop geschädigter Kontinua (April 1991)
- Nr. 76 Ulfert Rott:  
Ein neues Konzept zur Berechnung viskoplastischer Strukturen (April 1991)
- Nr. 77 Thomas Heinrich Pingel:  
Beitrag zur Herleitung und numerischen Realisierung eines mathematischen Modells der menschlichen Wirbelsäule (Juli 1991)
- Nr. 78 O. T. Bruhns:  
Große plastische Formänderungen - Bad Honnef 1991 (Dezember 1991)
- Nr. 79 J. Makowski/J. Chrosielewski/H. Stumpf:  
Computational Analysis of Shells Undergoing Large Elastic Deformation Part I: Theoretical Foundations
- Nr. 80 J. Chrosielewski/J. Makowski/H. Stumpf:  
Computational Analysis of Shells Undergoing Large Elastic Deformation Part II: Finite Element Implementation
- Nr. 81 R. H. Frania/H. Waller:  
Entwicklung und Anwendung spezieller finiter Elemente für Kerbspannungsprobleme im Maschinenebau (Mai 1992)
- Nr. 82 B. Bischoff-Beiermann:  
Zur selbstkonsistenten Berechnung von Eigenspannungen in polykristallinem Eis unter Berücksichtigung der Monokristallanisotropie (Juli 1992)
- Nr. 83 J. Poh:  
Ein Beitrag zur Stoffgesetzentwicklung für polykristallines Eis (Februar 1993)
- Nr. 84 U. Kikillus:  
Ein Beitrag zum zyklischen Kriechverhalten von Ck 15 (Mai 1993)
- Nr. 85 T. Guo:  
Untersuchung des singulären Reißspitzenfeldes bei stationärem Reißwachstum in verfestigendem Material (Juni 1993)

- Nr. 86 Achim Menne:  
Identifikation der dynamischen Eigenschaften von hydrodynamischen Wandlern (Januar 1994)
- Nr. 87 Uwe Folchert:  
Identifikation der dynamischen Eigenschaften Hydrodynamischer Kopplungen (Januar 1994)
- Nr. 88 Jörg Körber:  
Ein verallgemeinertes Finite-Element-Verfahren mit asymptotischer Stabilisierung angewendet auf viskoplastische Materialmodelle (April 1994)
- Nr. 89 Peer Schieße:  
Ein Beitrag zur Berechnung des Deformationsverhaltens anisotrop geschädigter Kontinua unter Berücksichtigung der thermoplastischen Kopplung (April 1994)
- Nr. 90 Egbert Schopphoff:  
Dreidimensionale mechanische Analyse der menschlichen Wirbelsäule (Juli 1994)
- Nr. 91 Christoph Beerens:  
Zur Modellierung nichtlinearer Dämpfungsphänomene in der Strukturmechanik (Juli 1994)
- Nr. 92 K. C. Le/H. Stumpf:  
Finite elastoplasticity with microstructure (November 1994)
- Nr. 93 O. T. Bruhns:  
Große plastische Formänderungen - Bad Honnef 1994 (Dezember 1994)
- Nr. 94 Armin Lenzen:  
Untersuchung von dynamischen Systemen mit der Singulärwertzerlegung - Erfassung von Strukturveränderungen (Dezember 1994)
- Nr. 95 J. Makowski/H. Stumpf:  
Mechanics of Irregular Shell Structures (Dezember 1994)
- Nr. 96 J. Chroscielewski/J. Makowski/H. Stumpf:  
Finite Elements for Irregular Nonlinear Shells (Dezember 1994)
- Nr. 97 W. Krings/A. Lenzen/u. a.:  
Festschrift zum 60. Geburtstag von Heinz Waller (Februar 1995)
- Nr. 98 Ralf Podleschny:  
Untersuchung zum Instabilitätsverhalten scherbeanspruchter Risse (April 1995)
- Nr. 99 Bernd Westerhoff:  
Eine Untersuchung zum geschwindigkeitsabhängigen Verhalten von Stahl (Juli 1995)
- Nr. 100 Marc Mittelbach:  
Simulation des Deformations- und Schädigungsverhaltens beim Stoßversuch mit einem Kontinuums-Damage-Modell (Dezember 1995)
- Nr. 101 Ulrich Hoppe:  
Über grundlegende Konzepte der nichtlinearen Kontinuumsmechanik und Schalentheorie (Mai 1996)
- Nr. 102 Marcus Otto:  
Erweiterung des Kaustikenverfahrens zur Analyse räumlicher Spannungskonzentrationen (Juni 1996)
- Nr. 103 Horst Lanzerath:  
Zur Modalanalyse unter Verwendung der Randelementemethode (Juli 1996)

- Nr. 104 Andreas Wichtmann:  
Entwicklung eines thermodynamisch konsistenten Stoffgesetzes zur Beschreibung der Reckalterung (August 1996)
- Nr. 105 Bjarne Fossa:  
Ein Beitrag zur Fließflächenmessung bei vorgedehnten Stoffen (Oktober 1996)
- Nr. 106 Khanh Chau Le:  
Kontinuumsmechanisches Modellieren von Medien mit veränderlicher Mikrostruktur (Dezember 1996)
- Nr. 107 Holger Behrens:  
Nichtlineare Modellierung und Identifikation hydrodynamischer Kupplungen mit allgemeinen diskreten Modellansätzen (Januar 1997)
- Nr. 108 Johannes Moosheimer:  
Gesteuerte Schwingungsdämpfung mit Elektrorheologischen Fluiden (Juli 1997)
- Nr. 109 Dirk Klaus Anding:  
Zur simultanen Bestimmung materialabhängiger Koeffizienten inelastischer Stoffgesetze (Oktober 1997)
- Nr. 110 Stephan Weng:  
Ein Evolutionsmodell zur mechanischen Analyse biologischer Strukturen (Dezember 1997)
- Nr. 111 Michael Straßberger:  
Aktive Schallreduktion durch digitale Zustandsregelung der Strukturschwingungen mit Hilfe piezokeramischer Aktoren (Dezember 1997)
- Nr. 112 Hans-Jörg Becker:  
Simulation des Deformationsverhaltens polykristallinen Eises auf der Basis eines monokristallinen Stoffgesetzes (Dezember 1997)
- Nr. 113 Thomas Nerzak:  
Modellierung und Simulation der Ausbreitung adiabatischer Scherbänder in metallischen Werkstoffen bei Hochgeschwindigkeitsdeformationen (Dezember 1997)
- Nr. 114 O. T. Bruhns:  
Große plastische Formänderungen (März 1998)
- Nr. 115 Jan Steinhausen:  
Die Beschreibung der Dynamik von Antriebssträngen durch Black-Box-Modelle hydrodynamischer Kupplungen (August 1998)
- Nr. 116 Thomas Pandorf:  
Experimentelle und numerische Untersuchungen zur Kerbspitzenbeanspruchung bei schlagbelasteten Biegeproben (August 1998)
- Nr. 117 Claus Oberste-Brandenburg:  
Ein Materialmodell zur Beschreibung der Austenit-Martensit Phasentransformation unter Berücksichtigung der transformationsinduzierten Plastizität (Juni 1999)
- Nr. 118 Michael Märtens:  
Regelung mechanischer Strukturen mit Hilfe piezokeramischer Stapelaktoren (Dezember 1999)
- Nr. 119 Dirk Kamarys:  
Detektion von Systemveränderungen durch neue Identifikationsverfahren in der experimentellen Modalanalyse (Dezember 1999)
- Nr. 120 Wolfgang Hiese:  
Gültigkeitskriterien zur Bestimmung von Scherbruchzähigkeiten (Januar 2000)

- Nr. 121 Peter Jaschke:  
Mathematische Modellierung des Betriebsverhaltens hydrodynamischer Kupplungen mit hybriden Modellansätzen (Februar 2000)
- Nr. 122 Stefan Müller:  
Zum Einsatz von semi-aktiven Aktoren zur optimalen Schwingungsreduktion in Tragwerken (Februar 2000)
- Nr. 123 Dirk Eichel:  
Zur Kondensation strukturdynamischer Aufgaben mit Hilfe von Polynommatrizen (Juni 2000)
- Nr. 124 Andreas Bürgel:  
Bruchmechanische Kennwerte beim Wechsel im Versagensverhalten dynamisch scherbeanspruchter Risse (August 2000)
- Nr. 125 Daniela Lürding:  
Modellierung großer Deformationen in orthotropen, hyperelastischen Schalenstrukturen (März 2001)
- Nr. 126 Thorsten Quent:  
Ein mikromechanisch begründetes Modell zur Beschreibung des duktilen Verhaltens metallischer Werkstoffe bei endlichen Deformationen unter Berücksichtigung von Porenschädigung (Mai 2001)
- Nr. 127 Ndzi C. Bongmba:  
Ein finites anisotropes Materialmodell auf der Basis der Hencky-Dehnung und der logarithmischen Rate zur Beschreibung duktiler Schädigung (Mai 2001)
- Nr. 128 Henning Schütte:  
Ein finites Modell für spröde Schädigung basierend auf der Ausbreitung von Mikrorissen (August 2001)
- Nr. 129 Henner Vogelsang:  
Parameteridentifikation für ein selbstkonsistentes Stoffmodell unter Berücksichtigung von Phasentransformationen (Dezember 2001)
- Nr. 130 Jörn Mosler:  
Finite Elemente mit sprungstetigen Abbildungen des Verschiebungsfeldes für numerische Analysen lokalisierter Versagenszustände (Dezember 2002)
- Nr. 131 Karin Preusch:  
Hierarchische Schalenmodelle für nichtlineare Kontinua mit der p-Version der Finite-Element Methode (Mai 2003)
- Nr. 132 Christoph Müller:  
Thermodynamic modeling of polycrystalline shape memory alloys at finite strains (August 2003)
- Nr. 133 Martin Heiderich:  
Ein Beitrag zur zerstörungsfreien Schädigungsanalyse (Juni 2004)
- Nr. 134 Raoul Costamagna:  
Globale Materialbeziehungen für das geklüftete Gebirge (Juli 2004)
- Nr. 135 Markus Böl:  
Numerische Simulation von Polymernetzwerken mit Hilfe der Finite-Elemente-Methode (Januar 2005)
- Nr. 136 Gregor Kotucha:  
Regularisierung von Problemen der Topologieoptimierung unter Einbeziehung von Dichtegradienten (August 2005)
- Nr. 137 Michael Steiner:  
Deformations- und Versagensverhalten innendruckbeanspruchter Stahlrohre durch Stobelastung (Februar 2006)



**Mitteilungen aus dem Institut für Mechanik  
RUHR-UNIVERSITÄT BOCHUM  
Nr. 137**

**978-3-935892-12-4**